

Grundlagen der Mathematik I – 3. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1. Für Mengen M und N zeige man

$$(M \cup N) \setminus (M \cap N) = (M \setminus N) \cup (N \setminus M).$$

Aufgabe 2. Man beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

- a) $\forall a, b \in \mathbb{Z} : ((a \text{ und } b \text{ sind gerade}) \implies (a + b \text{ und } a \cdot b \text{ sind gerade}))$
- b) $\forall a, b \in \mathbb{Z} : (a + b \text{ ist gerade} \implies a \cdot b \text{ ist gerade})$

Aufgabe 3.

- a) Es sei $M := \{-2, 0, 1, 3, 4\}$ und $N := \{x^2 - 1 \mid x \in M\}$. Man gebe die Elemente der Menge N an und bestimme anschließend die Elemente der Mengen

$$\{(x, y) \in M \times N \mid x = y\} \quad \text{und} \quad \{(x, y) \in M \times N \mid x < y\}.$$

- b) Es sei $M := \{0\} \cup [1, 2] \subset \mathbb{R}$ und $N := \{-2, -1\} \cup [0, 1] \subset \mathbb{R}$. (Dabei bezeichnet $[a, b]$ die Menge $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$.) Man skizziere die Menge $M \times N$ als Teilmenge von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Aufgabe 4.

- a) Man gebe für die folgenden Mengen M jeweils alle Elemente der Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ an:

- (i) $M = M_0 := \emptyset$
- (ii) $M = M_1 := \{1\}$
- (iii) $M = M_2 := \{1, 2\}$
- (iv) $M = M_3 := \{1, 2, 3\}$

- b) Man entwickle eine Vermutung, wieviele Elemente allgemein die Potenzmenge $\mathcal{P}(M_n)$ der Menge $M_n := \{1, 2, \dots, n\}$ (mit $n \in \mathbb{N}$) besitzt.
- c) Man bestimme die Potenzmengen der Mengen $N_1 = \{\emptyset, \{1\}\}$, $N_2 = \{\{1, 2\}\}$ und $N_1 \cup N_2$.