

## Algebra – 6. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** Es sei  $R$  ein Hauptidealring und  $P \subset R$  ein Primideal. Zeige: Ist  $P \neq 0$ , so ist  $P$  ein maximales Ideal und  $R/P$  ein Körper.

**Aufgabe 2.** Für einen Integritätsring  $R$  bestimme die invertierbaren Elemente von  $R[X]$ .

**Aufgabe 3.** Zeige:

- i) Die irreduziblen Polynome in  $\mathbb{C}[X]$  sind genau die Polynome  $aX + b$  mit  $a, b \in \mathbb{C}$ ,  $a \neq 0$ .
- ii) Für jedes  $n \geq 1$  gibt es irreduzible Polynome in  $\mathbb{Q}[X]$  vom Grad  $n$ .

**Aufgabe 4.** Es sei  $F = \sum_{i=0}^n a_i X^i \in \mathbb{Z}[X]$  ein Polynom. Gibt es eine Primzahl  $p$  mit  $p \nmid a_n$ , so daß das Polynom  $\bar{F} = \sum_{i=0}^n \bar{a}_i X^i \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})[X]$  irreduzibel ist, so ist  $F$  irreduzibel in  $\mathbb{Q}[X]$ . (Das ist das berühmte *Reduktionskriterium*.)

**Zusatzaufgabe.** Ermittle alle irreduziblen Polynome in  $\mathbb{R}[X]$ .

Die Lösungen sind bis **Dienstag, 1. Dezember 2009, 14 Uhr** im Algebra-Übungskasten (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte Namen und Tutoriumsgruppe  $\in \{A, \dots, G, Z, X\}$  angeben!