

Grundlagen der Mathematik II – 5. Zentralübungsblatt

Aufgaben:

1) Man betrachte die beiden folgenden Relationen auf der Menge $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$R_1 = \{(1, 1), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4), (4, 5), \\ (5, 1), (5, 4), (5, 5)\}$$

$$R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 4), (5, 1), \\ (5, 2), (5, 3), (5, 5)\}$$

- Man stelle jede der Relationen graphisch dar.
- Man untersuche jede der Relationen auf Reflexivität, Symmetrie/Antisymmetrie und Transitivität.
- Falls eine der Relationen eine Äquivalenzrelation ist, bestimme man die zugehörigen Äquivalenzklassen.
- Falls eine der Relationen eine Ordnung ist, untersuche man, ob sie total ist.

2) Man betrachte die folgenden beiden Relationen auf der Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen:

- $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x = 2y\}$
- $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 2x = y\}$

Man entscheide, ob R_1 bzw. R_2 eine Funktion (d.h. der Graph einer Funktion) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ist.

- Gibt es Relationen, die sowohl symmetrisch als auch antisymmetrisch sind?
- Für die in der Vorlesung definierte Menge $\mathbb{Q} = (\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})) / \sim$ mit den zugehörigen Verknüpfungen $+$ und \cdot weise man nach: Das Element $0 := \frac{0}{1} \in \mathbb{Q}$ ist neutrales Element bezüglich $+$.