

Grundlagen der Mathematik II – 3. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Rechnen in \mathbb{Z}_{16}).

- Man bestimme alle Einheiten des Rings \mathbb{Z}_{16} und gebe jeweils ihr multiplikatives Inverses an.
- Man bestimme alle $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{Z}_{16}$ mit $\bar{a} \neq 0 \neq \bar{b}$ und $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{0}$.
- Man begründe, daß die Gleichung $\bar{13} \cdot x = \bar{9}$ in \mathbb{Z}_{16} eindeutig lösbar ist, und bestimme diese Lösung.
- Ist die Gleichung $\bar{12} \cdot x = \bar{9}$ in \mathbb{Z}_{16} lösbar? Wenn ja, wieviele Lösungen besitzt sie?

Aufgabe 2 (Lineare Gleichungen in \mathbb{Z}_{108}). Man bestimme die Lösungsmenge der linearen Gleichung $\bar{40} \cdot x = \bar{24}$ im Ring \mathbb{Z}_{108} .

Aufgabe 3 (Simultane lineare Gleichungen in \mathbb{Z}_n). Welche ganzen Zahlen $x \in \mathbb{Z}$ lösen sowohl die Gleichung $\bar{2} \cdot \bar{x} = \bar{0}$ im Ring \mathbb{Z}_4 als auch die Gleichung $\bar{3} \cdot \bar{x} = \bar{3}$ im Ring \mathbb{Z}_9 ?
(Hinweis: Man bestimme zunächst alle ganzen Zahlen, die eine der beiden Gleichungen lösen, und setze dieses Ergebnis in die andere Gleichung ein.)

Aufgabe 4 (Abbildungen zwischen Restklassenringen). Man zeige, daß durch die Vorschriften

$$f : \mathbb{Z}_{12} \rightarrow \mathbb{Z}_4, \quad \bar{x} \mapsto \overline{-x}$$

sowie $g : \mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_{12}, \quad \bar{x} \mapsto \overline{3x}$

Abbildungen definiert sind, und untersuche beide Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität.

Die Lösungen sind spätestens am **Freitag, 16. Mai 2014, 12 Uhr** im Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte die Angabe des eigenen Namens nicht vergessen!