Hinweise:

- Bei diesen Unterlagen handelt sich um Rohmaterialien, die unter anderem in der Vorlesung behandelt wurden. Insbesondere handelt sich hierbei ausdrücklich um keine Zusammenfassung des behandelten Stoffs und es wird **keine umfängliche Darstellung des klausurrelevanten Stoffs** wiedergegeben. In der Vorlesung wird nämlich auch das Skript oder andere Präsentationen direkt herangezogen, manches wird an der Tafel erklärt oder alleinig mündlich angesprochen.
- Da es sich um Arbeits-Rohmaterialien handelt, sind bei der Gestaltung, Struktur und Bezügen, speziell Formelbezügen Einbußen hinzunehmen.
- Sofern wegen der Übersichtlichkeit die männliche Form gewählt wurde, beziehen sich die Angaben selbstverständlich auf Angehörige beider Geschlechter.
- Weiterverarbeitung jeder Art, auch auszugsweise, ausdrücklich nicht gestattet.
- Haftungsausschluss jeglicher Art: alle Angaben sind ohne Gewähr, so dass **keine Gewähr für Stringenz, Fehlerfreiheit, Richtigkeit, Vollständigkeit und Aktualität** übernommen werden kann, insbesondere dienen die Inhalte lediglich der Information und stellen **keine Stoffabgrenzung für die Klausur** dar.

Repräsentative gezillmerte Bruttoprämie und dynamischer Kostenansatz.

- Darstellung der altersunabhängigen Jahresstückkosten $\Gamma_{j/s}$ (für $\alpha_{s/j}^u$, α^m , ρ , β) an Hand des – auf ein repräsentatives Alter x_r bezogenen – proportionalen Zuschlags $\tilde{\Delta}_{j/s}^r$ als Prozentsatz auf die unnormierte repräsentative gezillmerte Jahresbruttoprämie ${}^zB_{j/s}^r$ zum Alter x_r :

$$\Gamma_{j/s} = \tilde{\Delta}_{j/s}^r \cdot {}^zB_{j/s}^r.$$

- Herleitung der repräsentativen gezillmerten Jahresbruttoprämie ${}^zB_{j/s}^r$:

- Formel ...: ${}^zB_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}}$ mit Bezug der einzelalterabhängigen Werte auf $x = x_r$ (P_{x_r} , $\alpha_{x_r}^z$, a_{x_r} – zum Beispiel $x_r = 33$ oder $x_r = 40$) und der beiden altersbereichsabhängigen Werte $\Gamma_{j/s}$ und $\Delta_{j/s}$:

$${}^z B_{j/s}^r := \frac{P_{x_r} + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_{x_r}^z}{12 \cdot a_{x_r}}} \quad (\text{d.h. } {}^z B_j^r = {}^z B_{x_r}, \text{ i.d.R.: } {}^z B_s^r \neq {}^z B_{x_r})$$

- mit der Darstellung $\Gamma_{j/s} = \tilde{\Delta}_{j/s}^r \cdot {}^z B_{j/s}^r$ ($\tilde{\Delta}_{j/s}^r$ noch zu bestimmen)

$${}^z B_{j/s}^r := \frac{P_{x_r} + \tilde{\Delta}_{j/s}^r \cdot {}^z B_{j/s}^r}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_{x_r}^z}{12 \cdot a_{x_r}}}$$

$$\Rightarrow {}^z B_{j/s}^r \cdot \left(1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_{x_r}^z}{12 \cdot a_{x_r}} \right) = P_{x_r} + \tilde{\Delta}_{j/s}^r \cdot {}^z B_{j/s}^r$$

$$\Rightarrow {}^z B_{j/s}^r \cdot \left(1 - \Delta_{j/s} - \tilde{\Delta}_{j/s}^r - \frac{\alpha_{x_r}^z}{12 \cdot a_{x_r}} \right) = P_{x_r}$$

⇒ unnormierte repräsentative Jahresbruttoprämie

$${}^z B_{j/s}^r = \frac{P_{x_r}}{1 - \Delta_{j/s} - \tilde{\Delta}_{j/s}^r - \frac{\alpha_{x_r}^z}{12 \cdot a_{x_r}}};$$

Ermittlung des proportionalen Zuschlags.

- $\Sigma \hat{L} = \Sigma \hat{L}_j + \Sigma \hat{L}_s$ Anzahl der versicherten Personen (beobachtete Werte), aufgeteilt bezüglich des Grenzalters x_s

$\Sigma \hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma}$ Gesamtvolumen der zu deckenden mittelbaren Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten (tatsächlich angefallene Kosten, d.h. beobachtete Werte)

$\Sigma \hat{B}$ Gesamtvolumen der jährlichen Beitragseinnahmen (beobachtete Werte)

die Grundwerte $\Sigma \hat{L}$, $\Sigma \hat{\Gamma}$, $\Sigma \hat{B}$ werden über die letzten drei bis fünf Jahre erhoben

- $\hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma} = \frac{\Sigma \hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma}}{\Sigma \hat{L}}$ beobachtete jährliche Stückkosten (ohne unmittelbare Abschlusskosten) je versicherter Person

$\hat{\Delta}^{\alpha^m, \beta, \sigma} = \frac{\Sigma \hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma}}{\Sigma \hat{B}}$ beobachteter Anteil des Kostenvolumens $\Sigma \hat{\Gamma}$ am Beitragsvolumen $\Sigma \hat{B}$

$$(\Rightarrow \Sigma \hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma} = \hat{\Delta}^{\alpha^m, \beta, \sigma} \cdot \Sigma \hat{B})$$

$$\hat{\Delta}^{\alpha^m, \beta, \sigma^r} = \frac{\hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma}}{\frac{\hat{\Sigma} \hat{L}_j}{\hat{\Sigma} \hat{L}} \cdot Z B_j^r + \frac{\hat{\Sigma} \hat{L}_s}{\hat{\Sigma} \hat{L}} \cdot Z B_s^r}$$

beobachteter Anteil der Stückkosten (ohne unmittelbare Abschlusskosten) an der durchschnittlichen unnormierten repräsentativen gezillmerten Bruttoprämie

$$\Rightarrow \hat{\Delta}^{\alpha^m, \beta, \sigma^r} = \frac{\hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma}}{\frac{\hat{\Sigma} \hat{L}_j}{\hat{\Sigma} \hat{L}} \cdot Z B_j^r + \frac{\hat{\Sigma} \hat{L}_s}{\hat{\Sigma} \hat{L}} \cdot Z B_s^r} = \frac{\frac{\Sigma \hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma}}{\Sigma \hat{L}}}{\frac{\Sigma \hat{L}_j}{\Sigma \hat{L}} \cdot Z B_j^r + \frac{\Sigma \hat{L}_s}{\Sigma \hat{L}} \cdot Z B_s^r} = \frac{\Sigma \hat{\Gamma}^{\alpha^m, \beta, \sigma}}{\Sigma \hat{L}_j \cdot Z B_j^r + \Sigma \hat{L}_s \cdot Z B_s^r}$$

$$\tilde{\Delta}^{\alpha^m, \beta, \sigma^r}$$

rechnungsmäßiger Anteil der Stückkosten (ohne unmittelbare Abschlusskosten) an der normierten repräsentativen gezillmerten Bruttoprämie zum Alter x_r , festgelegt an Hand $\hat{\Delta}^{\alpha^m, \beta, \sigma^r}$ unter Beachtung der einzurechnenden Sicherheiten gemäß § 2 „Rechnungsgrundlagen“ Absatz 3 KVAV

○ $\alpha_{j/s}^{u r}$

rechnungsmäßiger Anteil der – durch den Zuschlag $\alpha_{j/s}^u$ zu deckenden – unmittelbaren Abschlusskosten an der normierten repräsentativen gezillmerten Bruttoprämie zum Alter x_r , unter Beachtung der einzurechnenden Sicherheiten gemäß § 2 Absatz 3 KVAV

$$\tilde{\Delta}_{j/s}^r = \tilde{\Delta}^{\alpha^m, \beta, \sigma^r} + \alpha_{j/s}^{u r}$$

rechnungsmäßiger Anteil der Stückkosten (Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten) an der normierten repräsentativen gezillmerten Bruttoprämie zum Alter x_r

Zahlenbeispiel.

- Bestimmung nur mittels Iteration möglich, da die zu ermittelnde Größe $\tilde{\Delta}_{j/s}^r$ in die repräsentative Prämie $Z B_{j/s}^r = \frac{P_{x_r}}{1 - \Delta_{j/s} - \tilde{\Delta}_{j/s}^r - \frac{\alpha_{x_r}^z}{12 \cdot a_{x_r}}}$ eingeht, auf welche sich $\tilde{\Delta}_{j/s}^r$ bezieht.
- Der repräsentative Beitrag sodann gemäß:

Kostenart	j/s	$\Delta \sim \hat{r}$					$B \hat{Z} \hat{r}_{j/s}$
		P_{x_r}	$\Delta_{j/s}$	$\frac{\Delta \sim \hat{r}}{j/s}$	$a \hat{Z}_{x_r}$	a_{x_r}	
$a \hat{u}, a \hat{m}, \sigma, \beta$	j	21,54	10,6%	17,0%	2,00	3,14	32,11
$a \hat{m}, \sigma, \beta$	s	21,54	10,6%	14,0%	2,00	3,14	30,73

- Initialisierung mit $\tilde{\Delta}_{j/s}^r$ ($\Delta \sim \hat{r}_{j/s}$) := 0,0 / 0,0 % (rot eingefärbt).

Für die Iteration wird der vorhergehende – gelb eingefärbte – Zielwert (mit Sicherheiten versehener Wert $\hat{\Delta}_{j/s}^r$, $\hat{\Delta}_{j/s}^r = \frac{\Sigma \hat{r}}{\Sigma L \cdot Z B_r}$) als nächster Startwert $\tilde{\Delta}_{j/s}^r$ ($\Delta \sim \hat{r}_{j/s}$, rot eingefärbt) für die neue Iteration gewählt.

Die Iteration endet, wenn Start- und Zielwerte übereinstimmen.

Kostenart	j/s	$\Sigma \hat{r}$	$\Sigma B \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}$	$\Sigma L \hat{r}$	$\Gamma \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}_{j/s}$ (°)	$B \hat{Z} \hat{r}_{j/s}$	$\Delta \sim \hat{r} \hat{quer}$	Zielwert (*)	Meldung
$a \hat{m}, \sigma, \beta$	j		5.250		210,0			25,61			
	s		10.000		200,0			25,61			
	j+s	1.630	15.250	10,7%	410,0	3,98	0,0%		15,5%	17,0%	zu gering!
$a \hat{u}$	j	110	5.250	2,1%	210,0	0,52	0,0%	25,61	2,0%	3,0%	zu gering!
Summe	Summe	1.740	20.500							Kostendeckung	0

*) Maximum aus 1 Prozentpunkt oder 5 Prozent höher als $\Delta \sim \hat{r} \hat{quer}$ auf ganze Prozentpunkte gerundet – aus Gründen der Vorsicht
 °) Mittels Iteration, sodass $\Delta \sim \hat{r}_{j/s} \geq$ Zielwert

Kostenart	j/s	$\Sigma \hat{r}$	$\Sigma B \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}$	$\Sigma L \hat{r}$	$\Gamma \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}_{j/s}$ (°)	$B \hat{Z} \hat{r}_{j/s}$	$\Delta \sim \hat{r} \hat{quer}$	Zielwert (*)	Meldung
$a \hat{m}, \sigma, \beta$	j		5.250		210,0			33,61			
	s		10.000		200,0			32,11			
	j+s	1.630	15.250	10,7%	410,0	3,98	17,0%		12,1%	13,0%	zu groß!
$a \hat{u}$	j	110	5.250	2,1%	210,0	0,52	3,0%	33,61	1,6%	3,0%	i.O.
Summe	Summe	1.740	20.500							Kostendeckung	2.491

Kostenart	j/s	$\Sigma \hat{r}$	$\Sigma B \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}$	$\Sigma L \hat{r}$	$\Gamma \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}_{j/s}$ (°)	$B \hat{Z} \hat{r}_{j/s}$	$\Delta \sim \hat{r} \hat{quer}$	Zielwert (*)	Meldung
$a \hat{m}, \sigma, \beta$	j		5.250		210,0			31,63			
	s		10.000		200,0			30,30			
	j+s	1.630	15.250	10,7%	410,0	3,98	13,0%		12,8%	14,0%	zu gering!
$a \hat{u}$	j	110	5.250	2,1%	210,0	0,52	3,0%	31,63	1,7%	3,0%	i.O.
Summe	Summe	1.740	20.500							Kostendeckung	1.839

Kostenart	j/s	$\Sigma \hat{r}$	$\Sigma B \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}$	$\Sigma L \hat{r}$	$\Gamma \hat{r}$	$\Delta \sim \hat{r}_{j/s}$ (°)	$B \hat{Z} \hat{r}_{j/s}$	$\Delta \sim \hat{r} \hat{quer}$	Zielwert (*)	Meldung
$a \hat{m}, \sigma, \beta$	j		5.250		210,0			32,11			
	s		10.000		200,0			30,73			
	j+s	1.630	15.250	10,7%	410,0	3,98	14,0%		12,6%	14,0%	i.O.
$a \hat{u}$	j	110	5.250	2,1%	210,0	0,52	3,0%	32,11	1,6%	3,0%	i.O.
Summe	Summe	1.740	20.500							Kostendeckung	1.995

- Die Kostensituation ergibt sich sodann gemäß:

Kostenart	j/s	P_{x_r}	$\Delta_{j/s}$	$\Delta \sim \hat{r}$				$B \hat{Z} \hat{r}_{j/s}$	$\Gamma_{j/s}$	Kostenaufteilung aus Gewinnerlegung				$\Sigma L \hat{r}$	Kostenein-nahmen
				$\frac{\Delta \sim \hat{r}}{j/s}$	$a \hat{Z}_{x_r}$	a_{x_r}	$\hat{r}$			$a \hat{u}$	$a \hat{m}$	p	β		
$a \hat{u}, a \hat{m}, \sigma, \beta$	j	21,54	10,6%	17,0%	2,00	3,14	32,11	5,46	0,96	1,89	1,64	0,96	200,0	1.092	
$a \hat{m}, \sigma, \beta$	s	21,54	10,6%	14,0%	2,00	3,14	30,73	4,30	3,0%	5,9%	5,1%	3,0%	210,0	903	
													Summe	1.995	

Ungezillmerte Bruttoprämie (Teil 2: mit dynamischen Kostensatz).

$$B_x = \frac{P_x + \tilde{\Delta}_{j/s}^r \cdot {}^z B_{j/s}^r}{1 - \Delta_{j/s}}$$

Gezillmerte Nettoprämie (Zillmerverfahren Teil 3: mit dynamischen Kostensatz).

$${}^z P_x = z_x \cdot B_x + (z_x - 1) \cdot \tilde{\Delta}_{j/s}^r \cdot {}^z B_{j/s}^r \quad \text{mit } z_x := \frac{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s})}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z}$$

Zahlenbeispiel.

x	x spez.	j/s	a _x	P _x	$\Delta_{j/s}$	$\tilde{\Delta}_{j/s}^r$	α_x^z	B_x^z	z_x	P_x^z
1	x _a	j	3,79	18,48	10,6%	17,0%	2,00	32,11	1,05	19,68
2	x _N , x _r	j	3,14	21,54	10,6%	17,0%	2,00	32,11	1,06	23,16
3		j	2,47	26,86	10,6%	17,0%	2,00	32,11	1,08	29,45
4	x _s	s	1,67	34,98	10,6%	14,0%	1,00	30,73	1,06	37,34
5	x _ω	s	1,00	50,00	10,6%	14,0%	0,00	30,73	1,00	50,00

Abweichungen auf Grund von Rundungen (algebraische Gleichheit)

Gezillmerte Bruttoprämie (Teil 3: mit dynamischem Kostensatz).

$${}^z B_x = \frac{{}^z P_x + \tilde{\Delta}_{j/s}^r \cdot {}^z B_{j/s}^r}{1 - \Delta_{j/s}}$$

Zahlenbeispiel.

x	x spez.	j/s	$\Delta_{j/s}$	$\tilde{\Delta}_{j/s}^r$	B_x^z	P_x^z	B_x^z	B_x^z
1	x _a	j	10,6%	17,0%	32,11	19,68	28,12	2,34
2	x _N , x _r	j	10,6%	17,0%	32,11	23,16	32,01	2,67
3		j	10,6%	17,0%	32,11	29,45	39,05	3,25
4	x _s	s	10,6%	14,0%	30,73	37,34	46,58	3,88
5	x _ω	s	10,6%	14,0%	30,73	50,00	60,74	5,06

Abweichungen auf Grund von Rundungen (algebraische Gleichheit)

Kalkulation ohne Ansparprozess.

§ 146 „Substitutive Krankenversicherung“ VAG.

[...]

- (3) Substitutive Krankenversicherungen mit befristeten Vertragslaufzeiten nach § 195 Absatz 2 und 3 des Versicherungsvertragsgesetzes sowie Krankentagegeldversicherungen nach Vollendung des 65. Lebensjahres des Versicherten nach § 196 des Versicherungsvertragsgesetzes [Ausbildungs-, Auslands-, Ausländer-, Reise- und Restschuldkrankenversicherungen; Befristung der Krankentagegeldversicherung] können ohne Alterungsrückstellung kalkuliert werden.

[...]

§ 8 „Grundsätze für die Bemessung der sonstigen Zuschläge“ KVAV.

[...]

- (4) ¹In die Prämien dürfen mit Ausnahme der Zillmerung und der Zuschläge gemäß Absatz 1 Nummer 6 und 8 nur altersunabhängige absolute Kostenzuschläge eingerechnet werden; [...].

[...]

⁵Satz 1 gilt nicht für die Prämienberechnung für Kinder und Jugendliche, für Ausbildungs-, Krankenhaustagegeld-, Krankentagegeld-, Kurtagetagegeld- und Pflegetagegeldtarife.

[...]

§ 10 „Prämienberechnung“ KVAV.

[...]

- (3) Abweichend von Absatz 1 dürfen Versicherte bis zur Vollendung des 16. Lebensjahres in der Altersgruppe der Kinder, bis zur Vollendung des 21. Lebensjahres in der Altersgruppe der Jugendlichen geführt werden.

Dabei darf die Altersgruppe der Jugendlichen nicht mehr Alter umfassen als die der Kinder.

In Ausbildungstarifen können Eintrittsaltersgruppen gebildet werden, die höchstens fünf Eintrittsalter umfassen.

- (4) Planmäßig steigende Prämien dürfen für Versicherte kalkuliert werden, die das 21. Lebensjahr noch nicht vollendet haben, sowie in Ausbildungstarifen bis zum vollendeten 39. Lebensjahr der Versicherten.

[...]

Rechnungsgrundlagen.

Für eine Prämienkalkulation für KV-Tarife nach Art von Schaden ohne Ansparprozess sind i.d.R. folgende Rechnungsgrundlagen notwendig:

- die Kopfschäden und
- die Zuschläge,

auf Grund der fehlenden Alterungsrückstellungsbildung werden i.d.R. hierfür folgende Rechnungsgrundlagen nicht benötigt:

- der Rechnungszins und
- die Ausscheideordnung.

Kopfschäden.

- Die beobachteten Kopfschäden werden als Quotienten aus den Schäden $\hat{S}_{\bar{x}}$, $\hat{S}_{\bar{x}} = \sum_{x \in \bar{x}} \hat{S}_x$ durch die entsprechende Anzahl $\hat{L}_{\bar{x}}$, $\hat{L}_{\bar{x}} = \sum_{x \in \bar{x}} \hat{L}_x$ der Personen bezüglich der jeweiligen Alterszusammenfassung $\bar{x}$ ermittelt:

$$\hat{K}_{\bar{x}} = \frac{\hat{S}_{\bar{x}}}{\hat{L}_{\bar{x}}} = \frac{\sum_{x \in \bar{x}} \hat{S}_x}{\sum_{x \in \bar{x}} \hat{L}_x}.$$

Alternativ können auch die – für Einzelalter bestimmte – Kopfschäden K_x in den Alterszusammenfassungen $\bar{x}$ gemittelt werden (bezüglich der Anzahl $|\bar{x}|$ der Einzelalter x in der Alterszusammenfassung $\bar{x}$)

$$K'_{\bar{x}} = \frac{\sum_{x \in \bar{x}} K_x}{|\bar{x}|}.$$

Jahresbruttorisikoprämie (Teil 1: mit festem Kostensatz).

- Die unnormierte Brutto**risikoprämie** ${}^R B_x$ zum Alter x gibt für Momentan- x -Jährige den jährlich während der Zugehörigkeit zum entsprechenden Altersbereich $\bar{x}$, $x \in \bar{x}$ zu zahlenden Betrag an, der genügt, während der Zugehörigkeit zum entsprechenden Altersbereich $\bar{x}$ jährlich jeweils den unnormierten Kopfschaden in Höhe $K_{\bar{x}}$ samt aller Kosten zu finanzieren; die Prämienzahlungen sowie die Kopfschadenzahlungen (beide ab dem ersten Jahr) erfolgen dabei jeweils vorschüssig, d.h. zu Jahresbeginn – es handelt sich hierbei jeweils um laufende Zahlungen.
- Die unnormierte Jahresbruttorisikoprämie ${}^R B_x$, ${}^R B_x = K_{\bar{x}} + \Gamma_{\bar{x}} + \Delta_{\bar{x}} \cdot {}^R B_{\bar{x}}$ zum Alter x , $x \in \bar{x}$ setzt sich zusammen aus:

- dem (unnormierten jährlichen) Kopfschaden $K_{\bar{x}}$ ($K_{\bar{x}} = G \cdot k_{\bar{x}}$);
- den (unnormierten jährlichen) Stückkosten $\Gamma_{\bar{x}}$ ($\Gamma_{\bar{x}} = G \cdot \gamma_{\bar{x}}$), welche gemäß § 8 „Grundsätze für die Bemessung der sonstigen Zuschläge“ Absatz 4 Satz 5 KVAV altersabhängig angesetzt werden dürfen;
- dem (unnormierten jährlichen) Zuschlag $\Delta_{\bar{x}} \cdot {}^R B_{\bar{x}}$ aus dem beitragsproportionalem Zuschlag $\Delta_{\bar{x}}$, auf die (unnormierte) Jahresbruttorisikoprämie ${}^R B_{\bar{x}}$.
- Die unnormierte Bruttorisikoprämie ${}^R B_x$ zum Alter x lässt sich darstellen als:

$${}^R B_x = \frac{K_{\bar{x}} + \Gamma_{\bar{x}}}{1 - \Delta_{\bar{x}}}$$

Zahlenbeispiel.

Alt'bereich	K_x	Δ	Γ	B^R_x	$B^{\sim R}_x$
K	5,00	10,6%	0,93	6,63	0,55
J	8,00	10,6%	1,49	10,62	0,89

Beitragsproportionaler Kostensatz.

- $\Sigma \hat{L}$ Anzahl der versicherten Personen
- $\Sigma \hat{\Gamma}$ Gesamtvolumen der zu deckenden unmittel- und mittelbaren Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten
- $\Sigma \hat{B}$ Gesamtvolumen der jährlichen Beitragseinnahmen

die Grundwerte $\Sigma \hat{L}$, $\Sigma \hat{\Gamma}$, $\Sigma \hat{B}$ werden über die letzten drei bis fünf Jahre erhoben

- $\hat{\Gamma} = \frac{\Sigma \hat{\Gamma}}{\Sigma \hat{L}}$ beobachtete jährliche Kosten
- $\hat{\Delta} = \frac{\Sigma \hat{\Gamma}}{\Sigma \hat{B}}$ beobachteter Anteil des Kostenvolumens $\Sigma \hat{\Gamma}$ am Beitragsvolumen $\Sigma \hat{B}$ ($\Rightarrow \Sigma \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} \cdot \Sigma \hat{B}$)
- $\phi \hat{B} = \frac{\Sigma \hat{B}}{\hat{L}}$ mittlerer Beitrag
- $\tilde{\Delta}$ rechnungsmäßiger proportionaler Beitragszuschlag zur Deckung der Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten, unter Beachtung der einzurechnenden Sicherheiten gemäß § 2 „Rechnungsgrundlagen“ Absatz 3 KVAV

$$\text{Aus } \hat{\Gamma} = \frac{\Sigma \hat{\Gamma}}{\Sigma \hat{L}} = \frac{\hat{\Delta} \cdot \Sigma \hat{B}}{\Sigma \hat{L}} = \hat{\Delta} \cdot \frac{\Sigma \hat{B}}{\Sigma \hat{L}} = \hat{\Delta} \cdot \phi \hat{B} \text{ resultiert } \Gamma_{\bar{x}} = \tilde{\Delta}_{\bar{x}} \cdot {}^R B_{\bar{x}}.$$

Zahlenbeispiel.

Kostenart	$\Sigma \hat{\Gamma}$	$\Sigma \hat{B}$	$\Delta \sim \hat{\Delta}$	$\Delta \sim$
a^u, a^m, σ, β	770	6.000	12,8%	14,0%
einschließlich aller unmittelbaren Abschlusskosten, da ohne Zillmerung $\Delta \sim$ als Maximum aus 1 Prozentpunkt oder 5 Prozent höher als $\Delta \sim \hat{\Delta}$ auf ganze Prozentpunkte gerundet				

Jahresbruttorisikoprämie (Teil 2: mit beitragsproportionalem Kostensatz).

- ${}^R B_{\bar{x}} = K_{\bar{x}} + \Gamma_{\bar{x}} + \Delta_{\bar{x}} \cdot {}^R B_{\bar{x}}$ gemäß Formel ... mit der Darstellung

$$\Gamma_{\bar{x}} = \tilde{\Delta}_{\bar{x}} \cdot {}^R B_{\bar{x}} \text{ gemäß Formel ...:}$$

$${}^R B_{\bar{x}} = K_{\bar{x}} + \tilde{\Delta}_{\bar{x}} \cdot {}^R B_{\bar{x}} + \Delta_{\bar{x}} \cdot {}^R B_{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow {}^R B_{\bar{x}} \cdot (1 - \Delta_{\bar{x}} - \tilde{\Delta}_{\bar{x}}) = K_{\bar{x}}.$$

$$\Rightarrow {}^R B_{\bar{x}}, x \in \hat{X}: {}^R B_{\bar{x}} = \frac{K_{\bar{x}}}{1 - \Delta_{\bar{x}} - \tilde{\Delta}_{\bar{x}}}.$$

Zahlenbeispiel.

Alt'bereich	K_x	Δ	$\Delta \sim$	B^R_x	$B^{\sim R}_x$	Gamma
K	5,00	10,6%	14,0%	6,63	0,55	0,93
J	8,00	10,6%	14,0%	10,61	0,88	1,49
Abweichungen auf Grund von Rundungen (algebraische Gleichheit)						

Tarif- und Zahlbeiträge., Beitragsaufteilung.

Beitragsaufbau	Beitragsverwendung
Risikoprämie K evtl. enthaltene Wartezeit- und Selektionersparnisse	Versicherungsleistungen K unmittelbare Abschlusskosten
+ Sparprämie $P - K$ (auf Grund Äquivalenzprinzip zuerst positiv, später negativ)	Alterungsrückstellung V , i.d.R. zuerst wachsend, später abbauend

= Nettoprämie P		
+	Zillmerung $\alpha^Z \cdot {}^Z B$	unmittelbare Abschlusskosten
+	Stückkosten $\Gamma (\alpha_{s/j}^u, \alpha^m, \rho, \beta)$	unmittel- und mittelbare Abschluss-, Schadenregulierungs- und sonstige Verwaltungskosten
+	Zuschlag für den Basistarif Ω^{BT}	Beitragsgarantie im Basistarif
+	Zuschlag für den Standardtarif Ω^{ST}	Beitragsgarantie im Standardtarif
+	Sicherheitszuschlag σ	Ausgleich überrechnungsmäßiger Aufwendungen
	evtl. enthaltener Zuschlag $\alpha_{j/s}^\sigma$ für die unmittelbaren Abschlusskosten in den ersten Versicherungsjahren	unmittelbare Abschlusskosten
= Bruttoprämie ${}^Z B$		
+	Zuschlag B für erfolgsunabhängige Beitragsrückerstattung	erfolgsunabhängige Beitragsrückerstattung
+	Zuschlag O für die Optionsausübung	Mehrleistungs-Risikoverschlechterungszuschlag im Zieltarif
= tariflicher Beitrag ${}^t B$		
-	Gruppenversicherungsrabatt GV	Einsparungen an entsprechenden Kosten
-	Rabatt LE für Leistungseinschränkungen	Einsparungen an entsprechenden Versicherungsleistungen
= personengruppenbezogener tariflicher Beitrag ${}^{pt} B$		
+	gesetzlicher Zuschlag GZ in Höhe von zehn Prozent	ab Alter 65 anvisierte komplette oder teilweise Beitragsstabilität resp. ggf. ab Alter 80 Beitragssenkung
= personengruppenbezogener tariflicher Beitrag ${}^{gpt} B$ einschließlich gesetzlicher Zuschlag		
+	Risikozuschlag RZ	Überschaden, verursacht durch Vorerkrankungen
= VP-individueller Zahlbeitrag ${}^{ind} B$		

Zahlenbeispiel.

		x					1					
Jahreswerte		Beitragsaufteilung					Beitragsverwendung					
	m	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	
	x+m	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
	j/s	j	j	j	₤	₤	j	j	j	₤	₤	
Risiko	K_x	10,00	10,00	15,00	25,00	50,00	5,31	7,65	15,00	25,00	50,00	
enthaltene WSE, 1. VJ: 2 MB, 2. VJ: 1 MB	WSE	(4,69)	(2,35)	.	.	.	4,69	2,35	.	.	.	
Sparanteil	P_x - K_x	8,48	8,48	3,48	-6,52	-31,52	5,03	9,72	4,72	-5,28	-30,28	
Nettoanteil (ohne Zillmerung)	P_x	18,48	18,48	18,48	18,48	18,48						
Zillmerung, 2 MB: $2 * 28,16 / 12 = 4,69$	a^Z_x	1,24	1,24	1,24	1,24	1,24	4,69	.	.	.	.	
Stückkosten	unmittelbare Abschlusskosten	u	0,96	0,96	0,96	.	0,96	0,96	0,96	.	.	
	mittelbare Abschlusskosten	v	1,89	1,89	1,89	1,81	1,81	1,89	1,89	1,89	1,81	1,81
	Schadenregulierungskosten	w	1,64	1,64	1,64	1,57	1,57	1,64	1,64	1,64	1,57	1,57
	sonstige Verwaltungskosten	z	0,96	0,96	0,96	0,92	0,92	0,96	0,96	0,96	0,92	0,92
Zuschlag für den Basistarif: 0,6 % / 0,6 %	Ω^{BT}	0,17	0,17	0,17	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17	0,16	0,16	
Zuschlag für den Standardtarif: 0,1 % / .	Ω^{ST}	0,03	0,03	0,03	.	.	0,03	0,03	0,03	.	.	
Sicherheitszuschlag: 9,9 % / 10,0 %	σ^a / σ	1,41	2,79	2,79	2,69	2,69	1,41	2,79	2,79	2,69	2,69	
Zuschlag a^σ , 1. VJ: 4,9 % / 5,0 %	a^σ	1,38	.	.	.	.	1,38	.	.	.	.	
(unmittelbare Abschlusskosten gesamt)	(uAK)	(8,27)	(4,55)	(2,20)	(1,24)	(1,24)	(11,72)	(3,31)	(0,96)	(0,00)	(0,00)	
Bruttoprämie	B^Z	28,16	28,16	28,16	26,87	26,87						
Zuschlag für erfolgsunabh. Beitragsrückerstatt.	B	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00						
Zuschlag für die Optionsausübung	O	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50						
tariflicher Beitrag	B^t	29,66	29,66	29,66	28,37	28,37						
Gruppenversicherungsrabatt	GV	.	.	.	.	.						
Rabatt für Leistungseinschränkungen	LE	.	.	.	.	.						
personengruppenbezogener tariflicher Btrg	B^pt	29,66	29,66	29,66	28,37	28,37						
gesetzlicher Zuschlag i.H.v. zehn Prozent	GZ	2,97	2,97	.	.	.						
pers'grp'bez. tarifl. Btrg einschl. g.Zuschl.	B^gpt	32,63	32,63	29,66	28,37	28,37						
Risikozuschlag: 20,0 %	RZ	5,93	5,93	5,93	5,67	5,67						
VP-individueller Zahlbeitrag	B^ind	38,56	38,56	35,59	34,04	34,04						

VJ: Versicherungsjahr
MB: Monatsbeitrag

Alterungsrückstellung

§ 146 „Substitutive Krankenversicherung“ VAG.

(1) Soweit die Krankenversicherung ganz oder teilweise den im gesetzlichen Sozialversicherungssystem vorgesehenen Kranken- oder Pflegeversicherungsschutz ersetzen kann (substitutive Krankenversicherung), darf sie im Inland vorbehaltlich des Absatzes 3 nur nach Art der Lebensversicherung betrieben werden, wobei

[...]

2. die Alterungsrückstellung nach § 341f des Handelsgesetzbuchs zu bilden ist,

[...]

(3) Substitutive Krankenversicherungen mit befristeten Vertragslaufzeiten nach § 195 Absatz 2 und 3 des Versicherungsvertragsgesetzes [Ausbildungs-, Auslands-, Ausländer-, Reise- und Restschuldkrankenversicherungen] sowie Krankentagegeldversicherungen nach Vollendung des 65. Lebensjahres des Versicherten nach § 196 des Versicherungsvertragsgesetzes können ohne Alterungsrückstellung kalkuliert werden.

§ 341f „Deckungsrückstellung“ HGB.

(1) Deckungsrückstellungen sind für die Verpflichtungen aus dem Lebensversicherungs- und dem nach Art der Lebensversicherung betriebenen Versicherungsgeschäft in Höhe ihres versicherungsmathematisch errechneten Wertes einschließlich bereits zugeteilter Überschussanteile mit Ausnahme der verzinslich angesammelten Überschussanteile und nach Abzug des versicherungsmathematisch ermittelten Barwerts der künftigen Beiträge zu bilden (prospektive Methode).

Ist eine Ermittlung des Wertes der künftigen Verpflichtungen und der künftigen Beiträge nicht möglich, hat die Berechnung auf Grund der aufgezinnten Einnahmen und Ausgaben der vorangegangenen Geschäftsjahre zu erfolgen (retrospektive Methode).

[...]

§ 1 „Versicherungsmathematische Methoden in der Krankenversicherung“ KVAV.

Versicherungsmathematische Methoden zur Berechnung der Prämien und Rückstellungen in der nach Art der Lebensversicherung betriebenen Krankenversicherung sind die nach den anerkannten Regeln der Versicherungsmathematik unter Verwendung der in den §§ 2 und 4 bis 8 näher bezeichneten Rechnungsgrundlagen erfolgenden Berechnungen der Prämien und der Alterungsrückstellungen nach Maßgabe der §§ 3, 10, 11, 13, 14 und 18.

§ 3 „Gleiche Rechnungsgrundlagen“ KVAV.

Für die Berechnung der Prämie und der Alterungsrückstellung sind die gleichen Rechnungsgrundlagen zu verwenden.

§ 4 „Rechnungszins“ KVAV.

Der Rechnungszins für die Prämienberechnung und die Berechnung der Alterungsrückstellung darf 3,5 Prozent nicht übersteigen.

§ 18 „Alterungsrückstellung“ KVAV.

Bei der Berechnung der Alterungsrückstellung nach § 341f des Handelsgesetzbuchs und § 25 Absatz 5 der Versicherungsunternehmens-Rechnungslegungsverordnung ist die Summe der Einzelalterungsrückstellungen am Abschlussstichtag unter Berücksichtigung des Alters des Versicherten an diesem Stichtag zu Grunde zu legen.

Zur Berechnung der Alterungsrückstellungen nach Satz 1 ist auch ein Näherungsverfahren zulässig, bei dem das arithmetische Mittel der Einzelalterungsrückstellungen, die sich dadurch ergeben, dass die Versicherungsdauern auf ganze Jahre auf- und abgerundet werden, verwendet wird.

Anwartschaftsdeckungsverfahren.

Erweitertes Äquivalenzprinzip zum Alter.

gesamtes zukünftiges diskontiertes Ausgabenvolumen	=	gesamtes zukünftiges diskontiertes Einnahmenvolumen
	+	vorhandene tarifliche Alterungsrückstellung

Kollektiveigenschaft der Alterungsrückstellung.

Ungezillmerte tarifliche Alterungsrückstellung.

- Die unnormierte ungezillmerte Alterungsrückstellung $V_{x;x+m}$ zum Eintrittsalter x und erreichtem Alter $x+m$ gibt für Ursprünglich- x -Jährige im Alter $x+m$ denjenigen Betrag an, der genügt, während der weiteren Zugehörigkeit zum Kollektiv mit kalkulatorischem Endalter x_{ω} zusammen mit der laufend jährlich zu entrichtenden unnormierten Nettoprämie P_x (zum Eintrittsalter x) jährlich jeweils zum Lebensjahr $x+\mu$ eine veränderliche Rente (Zahlung) in Höhe $K_{x+m+\mu}$ ($\mu \geq 0$) zu finanzieren, dabei ist der Betrag zu Jahresanfang zu stellen.

Prospektive Ermittlung der ungezillmerten tariflichen Alterungsrückstellung.

- Die prospektive ungezillmerte Alterungsrückstellung ${}^{prosp}V_{x;x+m}$ zum Eintrittsalter x und erreichtem Alter $x+m$ gibt den Fehlbetrag aus dem gesamten zukünftigen diskontierten Ausgabenvolumen bezüglich des

erreichten Alter $x+m$ abzüglich des gesamten zukünftigen diskontierten Einnahmenvolumens an Nettoprämien bezüglich des erreichten Alters $x+m$ an. Prospektiv heißt dabei zukunftsbezogen, dabei bedeutet „zukünftig“ einschließlich der Geldflüsse zum Alter $x+m$.

			zukünftige erwartete Versicherungsleistungen		zukünftige erwartete Prämieinnahmen	
Jahr	Dis- kont.	Anzahl VP	mittlere Leistung	diskontiertes Leistungs- volumen	Einzel- zahlung	diskontiertes Zahlungs- volumen
I_{x+m}					${}^{prosp}V_{x;x+m}$	
—	—	—	—	—	—	—
t_0+m+0	v^{m+0}	I_{x+m+0}	K_{x+m+0}	$I_{x+m+0} \cdot K_{x+m+0} \cdot v^{m+0}$	P_x	$I_{x+m+0} \cdot P_x \cdot v^{m+0}$
t_0+m+1	v^{m+1}	I_{x+m+1}	K_{x+m+1}	$I_{x+m+1} \cdot K_{x+m+1} \cdot v^{m+1}$	P_x	$I_{x+m+1} \cdot P_x \cdot v^{m+1}$
t_0+m+2	v^{m+2}	I_{x+m+2}	K_{x+m+1}	$I_{x+m+2} \cdot K_{x+m+2} \cdot v^{m+2}$	P_x	$I_{x+m+2} \cdot P_x \cdot v^{m+2}$
⋮			⋮	⋮	⋮	⋮
$t_0+m+\mu$	$v^{m+\mu}$	$I_{x+m+\mu}$	$K_{x+m+\mu}$	$I_{x+m+\mu} \cdot K_{x+m+\mu} \cdot v^{m+\mu}$	P_x	$I_{x+m+\mu} \cdot P_x \cdot v^{m+\mu}$
⋮			⋮	⋮	⋮	⋮
Kollektivsumme bezüglich Barwerte zum Bezugsjahr t_0+m			$I_{x+m} \cdot GA_{x+m} \text{ } ^{\circ)}$		$I_{x+m} \cdot P_x a_{x+m} \text{ } ^{\circ)}$	

°) unnormierte Barwerte GA_{x+m} , $P_x a_{x+m}$ je versicherter Person [VP]

mit: Diskontierungsfaktor v , $v = \frac{1}{1+r}$ zum Rechnungszins r

Anzahl Rechnungsmäßig-Lebende I_x

rechnungsmäßige unnormierte Kopfschäden $K_x = G \cdot k_x$ mit Grundkopfschaden G und normierten Kopfschäden k_x

kalkulatorisches Endalter x_{ω}

- Gemäß erweitertem Äquivalenzprinzip, Formel ... für das Jahr t_0+m+0 :

$$I_{x+m} \cdot GA_{x+m} = I_{x+m} \cdot P_x a_{x+m} + I_{x+m} \cdot {}^{prosp}V_{x;x+m} \text{ ist}$$

mit $GA_{x+m} = G \cdot A_{x+m}$, $P_x a_{x+m} = P_x \cdot a_{x+m}$ (wie beim grundständigem Äquivalenzprinzip hergeleitet) unter Beachtung des kalkulatorischen Endalters x_{ω} demnach

$$I_{x+m} \cdot G \cdot A_{x+m} = I_{x+m} \cdot P_x \cdot a_{x+m} + I_{x+m} \cdot {}^{prosp}V_{x;x+m} \quad (m \geq 0, x+m \leq x_{\omega}),$$

dabei bezeichnet ${}^{prosp}V_{x;x+m}$ diejenige unnormierte ungezillmerte Alterungsrückstellung, die für Ursprünglich- x -Jährige nach m Jahren benötigt wird, um die restlichen zukünftigen Versicherungsleistungen – unter Beachtung des gesamten restlichen zukünftigen diskontierten Einnahmenvolumens – zu finanzieren. Die prospektive unnormierte ungezillmerte Alterungsrückstellung ${}^{prosp}V_{x;x+m}$ ergibt sich somit zu

$${}^{prosp}V_{x;x+m} = G \cdot A_{x+m} - P_x \cdot a_{x+m} .$$

Retrospektive Ermittlung der ungezillmerten tariflichen Alterungsrückstellung.

- Die retrospektive ungezillmerte tarifliche Alterungsrückstellung ${}^{retro}V_{x;x+m}$ zum Eintrittsalter x und erreichtem Alter $x+m$ gibt den Überschussbetrag aus dem gesamten vergangenen aufgezinnten Ausgabenvolumen bezüglich des erreichten Alter $x+m$ abzüglich des gesamten vergangenen aufgezinnten Einnahmenvolumens an Nettoprämien bezüglich des erreichten Alter $x+m$ an. Retrospektiv heißt dabei zukunftsbezogen, dabei bedeutet „vergangenen“ ohne die Geldflüsse zum Alter $x+m$.

			vergangene aufgezinste Versicherungsleistungen		vergangene aufgezinste Einnahmen	
Jahr	Aufzinsung °)	Anzahl VP	mittl. Leistung	aufgezinste Leistungsvolumen	Einzelzahl.	aufgezinste Zahlungsvolumen
t_0+0	$(1+r)^{m-0}$	l_{x+0}	K_{x+0}	$l_{x+0} \cdot K_{x+0} \cdot (1+r)^{m-0}$	P_x	$l_{x+0} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-0}$
t_0+1	$(1+r)^{m-1}$	l_{x+1}	K_{x+1}	$l_{x+1} \cdot K_{x+1} \cdot (1+r)^{m-1}$	P_x	$l_{x+1} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-1}$
t_0+2	$(1+r)^{m-2}$	l_{x+2}	K_{x+2}	$l_{x+2} \cdot K_{x+2} \cdot (1+r)^{m-2}$	P_x	$l_{x+2} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-2}$
$\vdots$			$\vdots$		$\vdots$	
$t_0+\mu$	$(1+r)^{m-\mu}$	$l_{x+\mu}$	$K_{x+\mu}$	$l_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot (1+r)^{m-\mu}$	P_x	$l_{x+\mu} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-\mu}$
$\vdots$			$\vdots$		$\vdots$	
t_0+m-1	$(1+r)^{m-(m-1)}$	l_{x+m-1}	K_{x+m-1}	$l_{x+m-1} \cdot K_{x+m-1} \cdot (1+r)^{m-(m-1)}$	P_x	$l_{x+m-1} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-(m-1)}$
t_0+m-0	—	—	—	—	—	—
Kollektivsumme bezüglich Barwerte zum Bezugsjahr t_0+m			$\sum_{\mu=0}^{m-1} l_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot (1+r)^{m-\mu}$		$\sum_{\mu=0}^{m-1} l_{x+\mu} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-\mu}$	
			l_{x+m}		${}^{retro}V_{x;x+m}$	

°) Anzahl der Aufzinsungsjahre vom Jahr $t_0+\mu$ zum Bezugsjahr t_0+m :
 $t_0+m - (t_0+\mu) = m-\mu$

mit: Rechnungszins r

Anzahl Rechnungsmäßig-Lebende l_x

rechnungsmäßige normierte Kopfschäden $K_x = G \cdot k_x$ mit Grundkopfschaden G und normierten Kopfschäden k_x

- Gemäß erweitertem Äquivalenzprinzip (Formel ...) ist demnach:

$$\sum_{\mu=0}^{m-1} l_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot (1+r)^{m-\mu} + l_{x+m} \cdot {}^{retro}V_{x;x+m} = \sum_{\mu=0}^{m-1} l_{x+\mu} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-\mu},$$

dabei bezeichnet ${}^{retro}V_{x;x+m}$ diejenige unnormierte ungezillmerte Alterungsrückstellung, die im Laufe der m Jahren nach Versicherungsbeginn zum Alter x angesammelt wurde.

- Ziel: Darstellung gemäß prospektiver Alterungsrückstellung gemäß Formel ...
- Gesamtes vergangenes aufgezinste Leistungsvolumen:

$$\sum_{\mu=0}^{m-1} l_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot (1+r)^{m-\mu}$$

- mit $K_x = G \cdot k_x$:

$$= G \cdot \sum_{\mu=0}^{m-1} I_{x+\mu} \cdot k_{x+\mu} \cdot (1+r)^{m-\mu}$$

- mit $O_x := D_x \cdot k_x$ und Erweiterung um $\frac{v^{x+\mu}}{v^{x+\mu}}$:

$$= G \cdot \sum_{\mu=0}^{m-1} I_{x+\mu} \cdot k_{x+\mu} \cdot v^{x+\mu} \cdot \frac{1}{v^{x+\mu}} \cdot (1+r)^{m-\mu}$$

- mit $\frac{1}{v^{x+\mu}} \cdot (1+r)^{m-\mu} = \frac{1}{v^{x+\mu}} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{1+r}}\right)^{m-\mu} \stackrel{v=\frac{1}{1+r}}{=} \frac{1}{v^{x+\mu}} \cdot \left(\frac{1}{v}\right)^{m-\mu} = \frac{1}{v^{x+\mu}} \cdot \frac{1}{v^{m-\mu}} = \frac{1}{v^{x+\mu+m-\mu}} = \frac{1}{v^{x+m}}$:

$$= G \cdot \sum_{\mu=0}^{m-1} \underbrace{I_{x+\mu} \cdot k_{x+\mu} \cdot v^{x+\mu}}_{=O_{x+\mu}} \cdot \underbrace{\frac{1}{v^{x+\mu}} \cdot (1+r)^{m-\mu}}_{=\frac{1}{v^{x+m}}}$$

$$= G \cdot \sum_{\mu=0}^{m-1} O_{x+\mu} \cdot \frac{1}{v^{x+m}}$$

$$= G \cdot \frac{1}{v^{x+m}} \cdot \sum_{\mu=0}^{m-1} O_{x+\mu}$$

- Umparametrisierung Summe $x+\mu \mid 0 \leq \mu \leq m-1 \rightarrow \xi \mid x \leq \xi \leq x+m-1$:

$$= G \cdot \frac{1}{v^{x+m}} \cdot \sum_{\xi=x}^{x+m-1} O_{\xi}$$

- Erweiterung der Summation bis x_{ω} :

$$= G \cdot \frac{1}{v^{x+m}} \cdot \left(\underbrace{\sum_{\xi=x}^{x_{\omega}} O_{\xi}}_{U_x} - \underbrace{\sum_{\xi=x+m}^{x_{\omega}} O_{\xi}}_{U_{x+m}} \right)$$

- mit $U_x := \sum_{\xi=x}^{x_{\omega}} O_{\xi}$ für die Summe der diskontierten Leistungen:

$$\sum_{\mu=0}^{m-1} I_{x+\mu} \cdot k_{x+\mu} \cdot (1+r)^{m-\mu} = G \cdot \frac{1}{v^{x+m}} \cdot (U_x - U_{x+m}).$$

- Gesamtes vergangenes aufgezinste Prämienvolumen:

$$\sum_{\mu=0}^{x+m-1} I_{x+\mu} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-\mu}$$

$$= P_x \cdot \sum_{\mu=0}^{x+m-1} I_{x+\mu} \cdot (1+r)^{m-\mu}$$

- Analog zum gesamtem vergangenen aufgezinste Leistungsvolumen für die Prämiensumme:

$$\sum_{\mu=0}^{x+m-1} I_{x+\mu} \cdot P_x \cdot (1+r)^{m-\mu} = P_x \cdot \frac{1}{v^{x+m}} \cdot (N_x - N_{x+m}).$$

- Mit der Gleichheit auf Grund des Äquivalenzprinzips gemäß Formel ... und den Formeln ... und ...:

$$G \cdot \underbrace{\frac{1}{v^{x+m}} \cdot (U_x - U_{x+m})}_{\text{Summe über alle } I_{x+m}} + \underbrace{I_{x+m} \cdot \text{retro}V_{x;x+m}}_{\text{Summe über alle } I_{x+m}} = \underbrace{P_x \cdot \frac{1}{v^{x+m}} \cdot (N_x - N_{x+m})}_{\text{Summe über alle } I_{x+m}}$$

$$\Rightarrow \text{retro}V_{x;x+m} = P_x \cdot \frac{1}{I_{x+m} \cdot v^{x+m}} \cdot (N_x - N_{x+m}) - G \cdot \frac{1}{I_{x+m} \cdot v^{x+m}} \cdot (U_x - U_{x+m})$$

o mit $D_x := v^x \cdot I_x$

$$\text{retro}V_{x;x+m} = \underbrace{P_x \cdot \frac{N_x}{D_{x+m}}}_{=G \cdot \frac{U_x}{N_x}} - \underbrace{P_x \cdot \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}}_{=a_{x+m}} - G \cdot \frac{U_x}{D_{x+m}} + G \cdot \underbrace{\frac{U_{x+m}}{D_{x+m}}}_{=A_{x+m}}$$

$$\text{retro}V_{x;x+m} = \underbrace{\frac{G \cdot U_x - G \cdot U_x}{D_{x+m}}}_{=0} - P_x \cdot a_{x+m} + G \cdot A_{x+m}$$

$$\text{retro}V_{x;x+m} = 0 + G \cdot A_{x+m} - P_x \cdot a_{x+m}$$

- Die prospektive unnormierte ungezillmerte Alterungsrückstellung $\text{prosp}V_{x;x+m}$ ergibt sich demnach zu

$$\text{retro}V_{x;x+m} = G \cdot A_{x+m} - P_x \cdot a_{x+m} \quad \blacksquare$$

Darstellung der ungezillmerten Alterungsrückstellung.

- Gemäß Formeln ...:

$$\text{prosp}V_{x;x+m} = G \cdot A_{x+m} - P_x \cdot a_{x+m}$$

und ...:

$$\text{retro}V_{x;x+m} = G \cdot A_{x+m} - P_x \cdot a_{x+m}$$

gilt die Übereinstimmung von prospektiv und retrospektiv ermittelter ungezillmelter Alterungsrückstellung $\text{prosp}V_{x;x+m}$ resp. $\text{retro}V_{x;x+m}$, so dass sich allgemein die Alterungsrückstellung $V_{x;x+m}$ für Versicherte zum Eintrittsalter x nach m Jahren, d.h. zum erreichten Alter $x+m$ gemäß

$$V_{x;x+m} = G \cdot A_{x+m} - P_x \cdot a_{x+m}$$

bemisst. ■