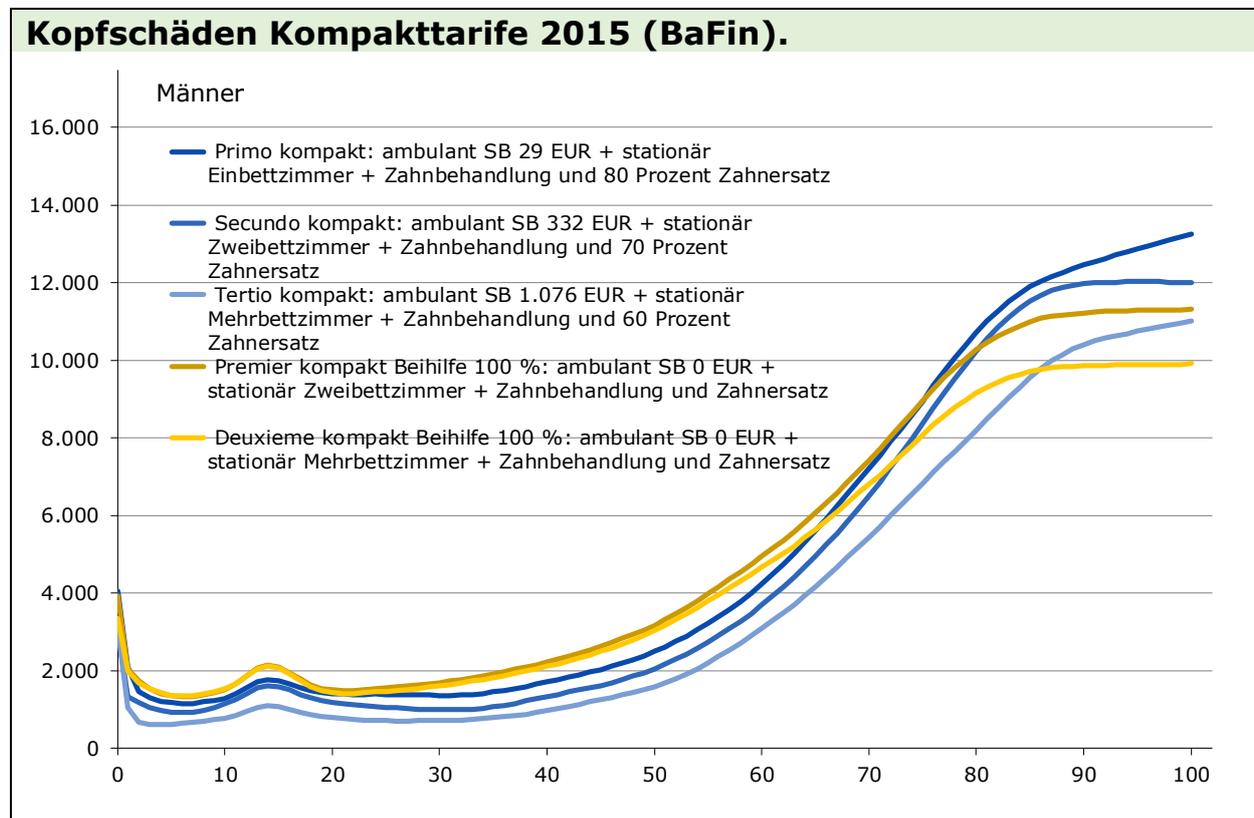
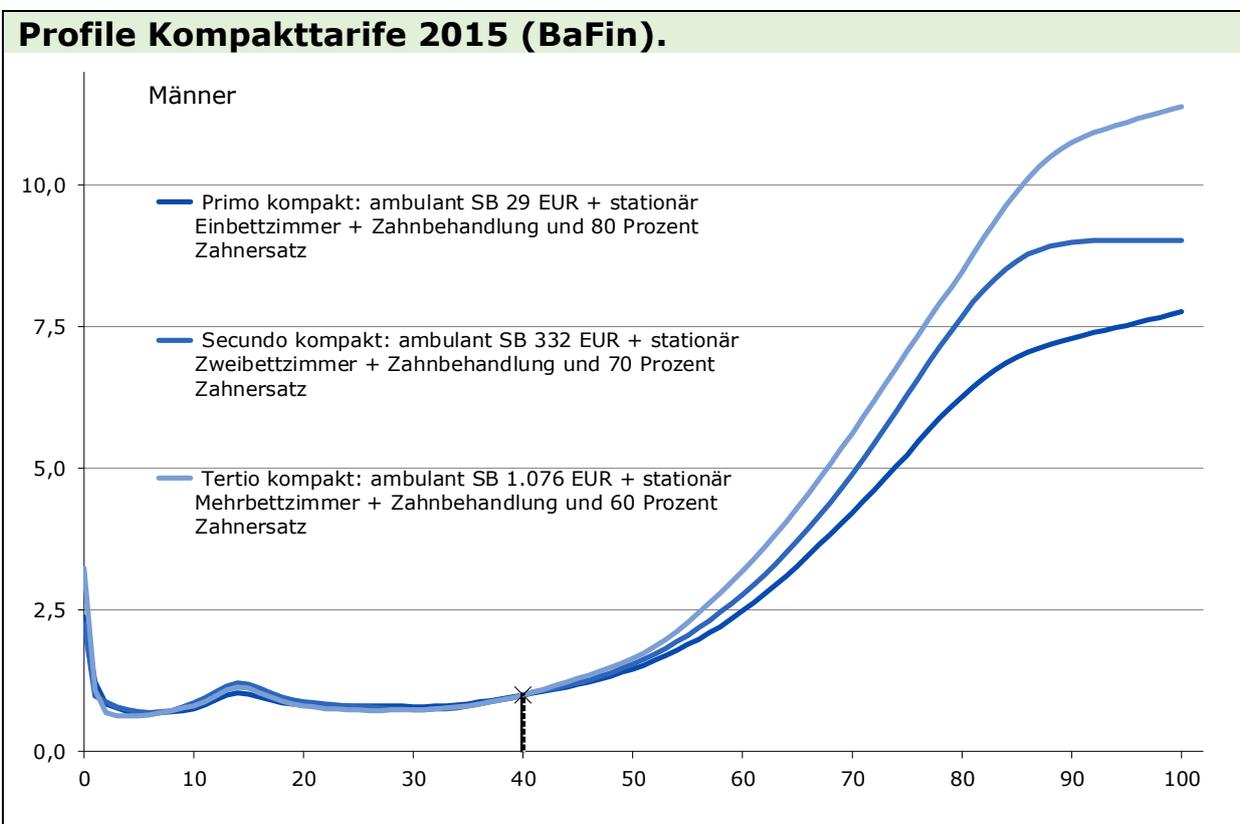
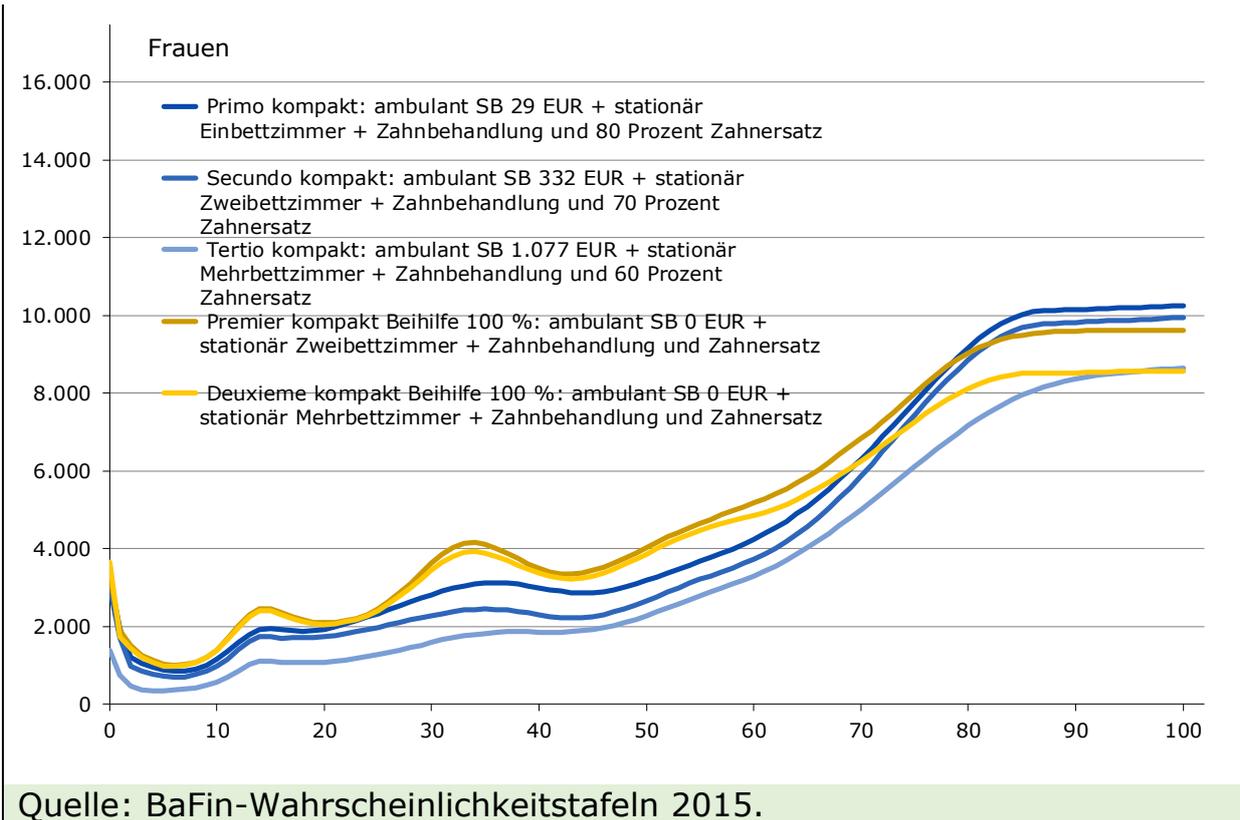
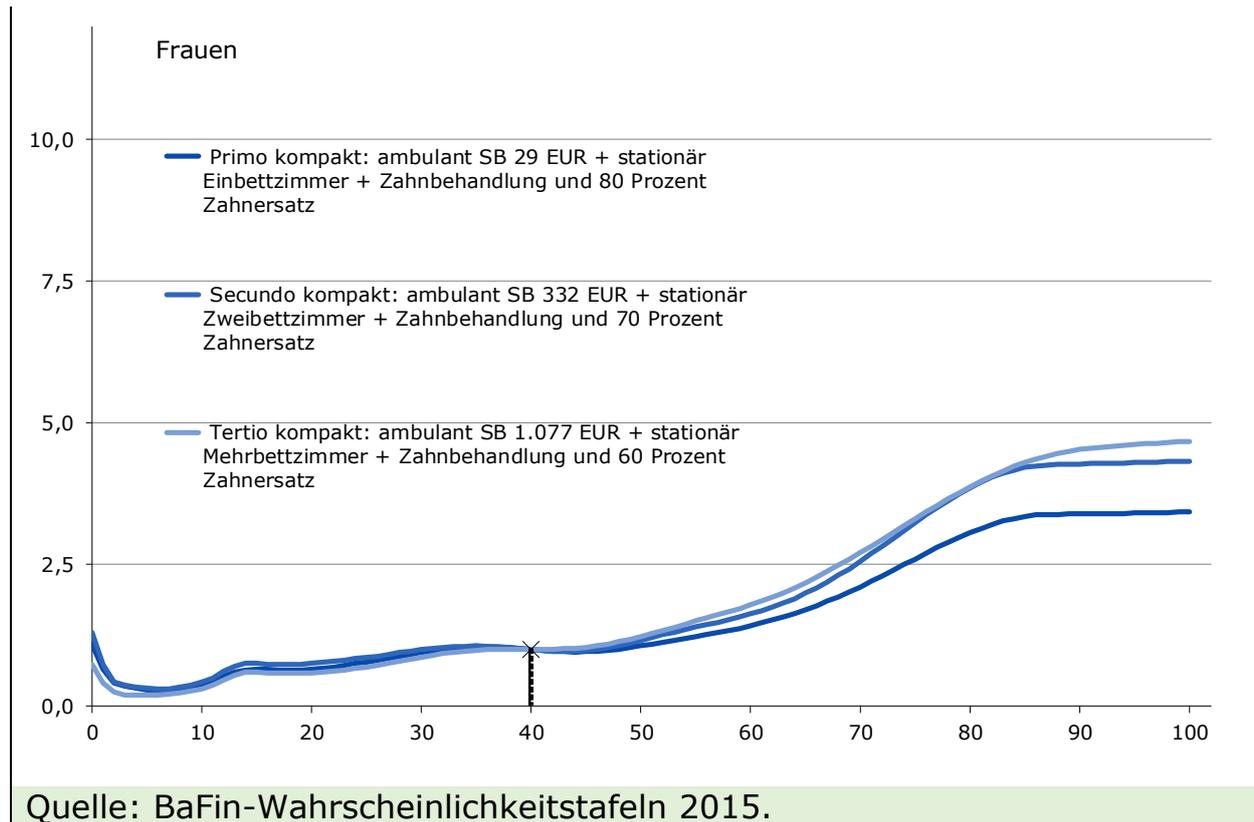


Hinweise:

- Bei diesen Unterlagen handelt sich um Rohmaterialien, die unter anderem in der Vorlesung behandelt wurden. Insbesondere handelt sich hierbei ausdrücklich um keine Zusammenfassung des behandelten Stoffs und es wird gibt **keine umfängliche Darstellung des klausurrelevanten Stoffs** wiedergegeben. In der Vorlesung wird nämlich auch das Skript oder andere Präsentationen direkt herangezogen, manches wird an der Tafel erklärt oder alleinig mündlich angesprochen.
- Da es sich um Arbeits-Rohmaterialien handelt, sind bei der Gestaltung, Struktur und Bezügen, speziell Formelbezügen Einbußen hinzunehmen.
- Sofern wegen der Übersichtlichkeit die männliche Form gewählt wurde, beziehen sich die Angaben selbstverständlich auf Angehörige beider Geschlechter.
- Weiterverarbeitung jeder Art, auch auszugsweise, ausdrücklich nicht gestattet.
- Haftungsausschluss jeglicher Art: alle Angaben sind ohne Gewähr, so dass **keine Gewähr für Stringenz, Fehlerfreiheit, Richtigkeit, Vollständigkeit und Aktualität** übernommen werden kann, insbesondere dienen die Inhalte lediglich der Information und stellen **keine Stoffabgrenzung für die Klausur** dar.







§ 7 „Sicherheitszuschlag“ KVAV.

In die Prämie ist ein Sicherheitszuschlag von mindestens 5 Prozent der Bruttoprämie einzurechnen, der nicht bereits in anderen Rechnungsgrundlagen enthalten sein darf.

§ 8 „Grundsätze für die Bemessung der sonstigen Zuschläge“ KVAV.

(1) Die sonstigen Zuschläge umfassen

1. die unmittelbaren Abschlusskosten,
2. die mittelbaren Abschlusskosten,
3. die Schadenregulierungskosten,
4. die sonstigen Verwaltungskosten,
5. den Zuschlag für eine erfolgsunabhängige Beitragsrückerstattung,
6. bei substitutiven Krankenversicherungen den Zuschlag zur Umlage der Begrenzung der Beitragshöhe im Basistarif gemäß § 154 des Versicherungsaufsichtsgesetzes,
7. für den Basistarif zusätzlich den Zuschlag zur Umlage der Mehraufwendungen durch Vorerkrankungen und
8. den Zuschlag für den Standardtarif.

Index j/s für erwachsene Versicherte erwachsene Versicherte unter resp.
ab dem Alter x'_s

$\sigma_{j/s}$ Sicherheitszuschlag (ggf. unter Abzug von $\alpha_{j/s}^\sigma$)

$\alpha_{j/s}^\sigma$ Zuschlag für die unmittelbaren Abschlusskosten in den ersten
Versicherungsjahren

$\alpha_{s/j}^u$ Zuschlag für die unmittelbaren Abschlusskosten

α_x^z Zillmersatz zur Deckung der unmittelbaren Abschlusskosten

α^m Zuschlag für die mittelbaren Abschlusskosten

ρ Zuschlag für die Schadenregulierungskosten

β Zuschlag für die sonstigen Verwaltungskosten

Ω^{BT} Zuschlag für den Basistarif zur Beitragskappung auf GKV-
Höchstbeitrag und ggf. Beitragshalbierung bei Hilfsbedürftigkeit

$\Omega_{j/s}^{ST}$ Zuschlag für den Standardtarif

$\Omega_{j/s} = \Omega^{BT} + \Omega_{j/s}^{ST}$ Zuschläge hinsichtlich Basis- und Standardtarife

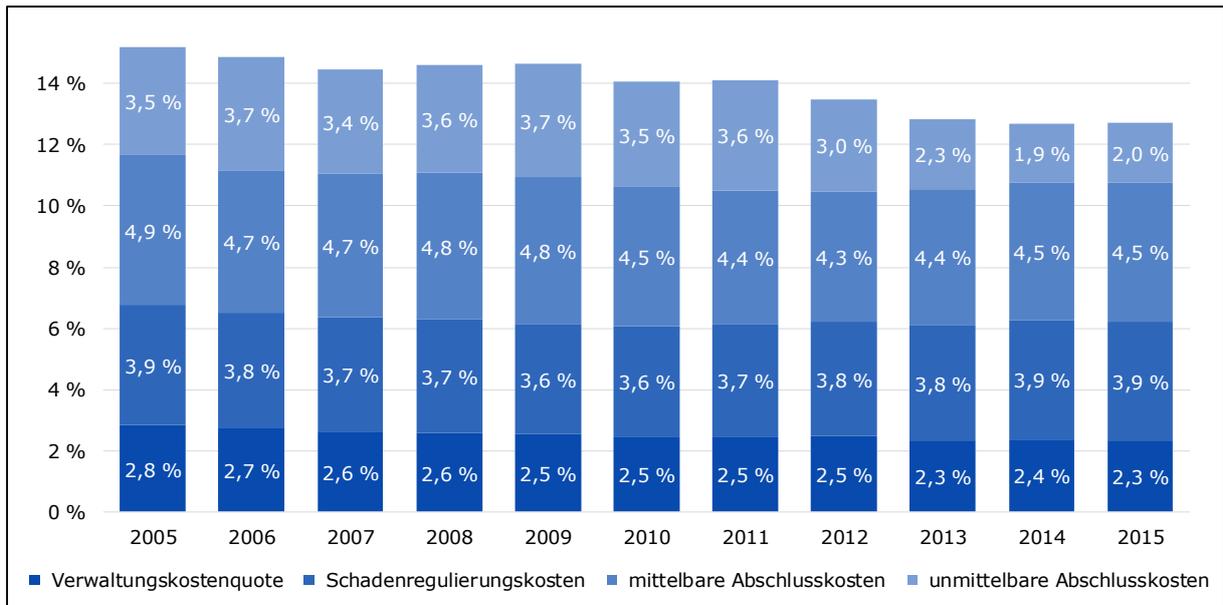
$B_{\bar{x}}$ Zuschlag für eine erfolgsunabhängige Beitragsrückerstattung
(ea BRE; Majuskel Beta)

Zusammenfassung:

$\Delta_{j/s} = \sigma_{j/s} + \alpha_{j/s}^\sigma + \Omega_{j/s}$ altersabhängige (beitragsproportionale) Zuschläge

$\tilde{\Delta}_{s/j} = \alpha_{s/j}^u + \alpha^m + \rho + \beta$ altersunabhängige Zuschläge

$\Gamma_{j/s}, \gamma_{j/s}$ unnormierter, normierter jährlicher Stückkostenzuschlag für die
Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten
bezüglich $\tilde{\Delta}_{j/s}$



Anhang I. Prämienberechnung nach § 10 Absatz 3, § 11 Absatz 2 und § 13 Absatz 4.

A. Prämienberechnung des Neuzugangs.

[eigene Bezeichnungen]

- x = Alter [x]
 ω = Endalter der Sterbetafel [x_ω]
 l_x = Anzahl der Lebenden [l_x]
 q_x = Sterbenswahrscheinlichkeit [q_x]
 w_x = Stornowahrscheinlichkeit [w_x]
 K_x = Kopfschaden [K_x]
 α_x = einmalige unmittelbare Abschlusskosten, gemessen in Jahresprämien [$\frac{1}{12} \cdot \alpha_x^Z$]
 γ = absolute Zuschläge [$\Gamma_{j/s}$]
 Δ = relative Zuschläge, gemessen in vom Hundert der Bruttoprämie [$\Delta_{j/s}$]
 i = Rechnungszinsfuß [r]

Diskontierungsfaktor: $v = \frac{1}{1+i}$ [$v = \frac{1}{1+r}$]

Ausscheideordnung: $l_{x+1} = l_x \cdot (1 - q_x - w_x)$ [$l_{x+1} = l_x \cdot (1 - q_x - w_x)$]

Diskontierte Lebende: $D_x = l_x \cdot v^x$ [$D_x = l_x \cdot v^x$]

Rentenbarwert: $a_x = \frac{\sum_{v=x}^{\omega} D_v}{D_x}$ [$a_x = \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} D_\xi}{D_x}$]

Leistungsbarwert: $A_x = \frac{\sum_{v=x}^{\omega} K_v \cdot D_v}{D_x}$ [$A_x^{[unnormiert]} = \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} k_\xi \cdot D_\xi}{D_x}$]

Jährliche Nettoprämie: $P_x = \frac{A_x}{a_x}$ [$P_x = G \cdot \frac{A_x^{[unnormiert]}}{a_x}$]

Jährliche gezillmerte Bruttoprämie:

$$B_x = \frac{P_x + \gamma}{1 - \Delta - \frac{\alpha_x}{a_x}} \quad \left[{}^z B_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}} \right]$$

Äquivalenzprinzip.

Grundständiges Äquivalenzprinzip.

gesamtes zukünftiges = gesamtes zukünftiges diskontiertes
diskontiertes Ausgabenvolumen Einnahmenvolumen

			zukünftige erwartete Versicherungsleistungen			zukünftige erwartete Prämieneinnahmen		
Jahr	Dis- kont.	An- zahl VP	Lei- stung	Leistungs- volumen	diskontiertes Leistungs- volumen	Zahl ung	Zahlungs- volumen	diskontiertes Zahlungs- volumen
t_0	v^0	I_{x+0}	K_{x+0}	$I_{x+0} \cdot K_{x+0}$	$I_{x+0} \cdot K_{x+0} \cdot v^0$	P_x	$I_{x+0} \cdot P_x$	$I_{x+0} \cdot P_x \cdot v^0$
t_0+1	v^1	I_{x+1}	K_{x+1}	$I_{x+1} \cdot K_{x+1}$	$I_{x+1} \cdot K_{x+1} \cdot v^1$	P_x	$I_{x+1} \cdot P_x$	$I_{x+1} \cdot P_x \cdot v^1$
t_0+2	v^2	I_{x+2}	K_{x+2}	$I_{x+2} \cdot K_{x+2}$	$I_{x+2} \cdot K_{x+2} \cdot v^2$	P_x	$I_{x+2} \cdot P_x$	$I_{x+2} \cdot P_x \cdot v^2$
\vdots					\vdots			\vdots
$t_0+\mu$	v^μ	$I_{x+\mu}$	$K_{x+\mu}$	$I_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu}$	$I_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot v^\mu$	P_x	$I_{x+\mu} \cdot P_x$	$I_{x+\mu} \cdot P_x \cdot v^\mu$
\vdots					\vdots			\vdots
Kollektivsumme bezüglich Barwerte zum Bezugsjahr t_0			$I_x \cdot GA_x \text{)}$			$I_x \cdot Pa_x \text{)}$		

°) unnormierte Barwerte GA_x , Pa_x je versicherter Person [VP]

- Gesamtes diskontiertes **Leistungsvolumen** $I_x \cdot GA_x$:

$$I_x \cdot GA_x := I_{x+0} \cdot K_{x+0} \cdot v^0 + I_{x+1} \cdot K_{x+1} \cdot v^1 + I_{x+2} \cdot K_{x+2} \cdot v^2 + \dots + I_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot v^\mu + \dots$$

- Division durch I_{x+0} , rechte Seite in Summenschreibweise:

$$GA_x = \frac{1}{I_x} \cdot \sum_{\mu \geq 0} (I_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot v^\mu)$$

- Erweiterung mit v^x :

$$GA_x = \frac{1}{I_x} \cdot \sum_{\mu \geq 0} \left(I_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot \frac{v^\mu \cdot v^x}{v^x} \right)$$

$$= \frac{1}{I_x} \cdot \frac{1}{v^x} \cdot \sum_{\mu \geq 0} (I_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot v^{x+\mu})$$

- o Erweiterung mit diskontierten Lebenden $D_x := I_x \cdot v^x$ gemäß Formel ...:

$$GA_x = \frac{1}{D_x} \cdot \sum_{\mu \geq 0} (D_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu})$$

- o Uparametrisierung Summe $x + \mu \mid \mu \geq 0 \rightarrow \xi \mid \xi \geq x$ [dazu $\xi := x + \mu \wedge \mu \geq 0 \Rightarrow \xi \geq x$]:

$$GA_x = \frac{1}{D_x} \cdot \sum_{\xi \geq x} (D_\xi \cdot K_\xi)$$

- o es ist $\forall x \mid x \geq x_\omega + 1 : I_x = 0$ (kalkulatorisches Endalter x_ω):

$$GA_x = \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} (D_\xi \cdot K_\xi)}{D_x}$$

- o mit der Darstellung der unnormierten Kopfschäden K_ξ mit Grundkopfschäden G und Profil $\{k_\xi\}_{x_\mu \leq \xi \leq x_\omega}$ gemäß $K_\xi = G \cdot k_\xi$:

$$GA_x = \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} (D_\xi \cdot G \cdot k_\xi)}{D_x}$$

$$= G \cdot \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} (D_\xi \cdot k_\xi)}{D_x}$$

- o mit diskontierten Schäden $O_\xi := D_\xi \cdot k_\xi$ gemäß Formel ...:

$$GA_x = G \cdot \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} O_\xi}{D_x}$$

- o mit Summe der diskontierten Schäden $U_x := \sum_{\xi=x}^{x_\omega} O_\xi$ gemäß Formel ...:

$$GA_x = G \cdot \frac{U_x}{D_x}$$

- Gesamtes diskontiertes **Zahlungsvolumen** $l_x \cdot Pa_x$:

$$l_x \cdot Pa_x := l_{x+0} \cdot P_x \cdot v^0 + l_{x+1} \cdot P_x \cdot v^1 + l_{x+2} \cdot P_x \cdot v^2 + \dots + l_{x+\mu} \cdot P_x \cdot v^\mu + \dots$$

- analog zu gesamtem diskontierten Leistungsvolumen gemäß Formel ... mit $K_\xi \equiv P_x$, daher gemäß Formel ...:

$$Pa_x = \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} (D_\xi \cdot P_x)}{D_x}$$

- P_x unabhängig von Summationsvariable ξ :

$$Pa_x = P_x \cdot \frac{\sum_{\xi=x}^{x_\omega} D_\xi}{D_x}$$

- mit Summe der diskontierten Lebenden $N_x := \sum_{\xi=x}^{x_\omega} D_\xi$ gemäß Formel ...:

$$Pa_x = P_x \cdot \frac{N_x}{D_x} .$$

- Grundständiges Äquivalenzprinzip zum Alter x gemäß Formel ... mit Formeln ... und ... lautet:

$$GA_x = Pa_x$$

$$G \cdot \frac{U_x}{D_x} = P_x \cdot \frac{N_x}{D_x}$$

$$P_x = G \cdot \frac{U_x}{N_x}$$

d.h. Nettoprämie $e = \frac{\text{Summe diskontierte Schäden}}{\text{Summe diskontierte Lebende}}$,
dabei ist auf die Normierung zu achten

Rentenbarwert.

- Dazu Formel ... mit $P_x = 1$:

$$I_x \cdot 1a_x = I_{x+0} \cdot 1 \cdot v^0 + I_{x+1} \cdot 1 \cdot v^1 + I_{x+2} \cdot 1 \cdot v^2 + \dots + I_{x+\mu} \cdot 1 \cdot v^\mu + \dots$$

- und Formel ... mit $P_x = 1$:

$$a_x = 1a_x = 1 \cdot \frac{N_x}{D_x} = \frac{N_x}{D_x}.$$

Zahlenbeispiel.

	r:	2,5%			
	v:	0,9756			
x	I_x	v^x	D_x	N_x	a_x
1	100	0,9756	97,56	369,71	3,79
2	91	0,9518	86,61	272,15	3,14
3	81	0,9286	75,22	185,54	2,47
4	73	0,9059	66,13	110,32	1,67
5	50	0,8838	44,19	44,19	1,00

Leistungsbarwert.

- $I_x \cdot GA_x = I_{x+0} \cdot K_{x+0} \cdot v^0 + I_{x+1} \cdot K_{x+1} \cdot v^1 + I_{x+2} \cdot K_{x+2} \cdot v^2 + \dots + I_{x+\mu} \cdot K_{x+\mu} \cdot v^\mu + \dots$
gemäß Formel ... und $GA_x = G \cdot \frac{U_x}{D_x}$ gemäß Formel ... mit $G = 1$,
 $\forall \xi : k_\xi = K_\xi$:

$$A_x = 1A_x = 1 \cdot \frac{U_x}{D_x} = \frac{U_x}{D_x}.$$

Zahlenbeispiel.

x	D_x	K_x	GO_x	GU_x	GA_x
1	97,56	10,00	975,60	6.832,75	70,04
2	86,61	10,00	866,10	5.857,15	67,63
3	75,22	15,00	1.128,30	4.991,05	66,35
4	66,13	25,00	1.653,25	3.862,75	58,41
5	44,19	50,00	2.209,50	2.209,50	50,00

Nettoprämie.

- Dazu $G \cdot \frac{U_x}{D_x} = P_x \cdot \frac{N_x}{D_x}$ gemäß Formel ... ($\Rightarrow P_x = G \cdot \frac{U_x}{N_x}$) und die Berechnungen von Renten- und Leistungsbarwerten $a_x = \frac{N_x}{D_x}$ und $A_x = \frac{U_x}{D_x}$ gemäß Formeln ... resp. ...:

$$G \cdot A_x = P_x \cdot a_x$$

$$\Rightarrow \text{unnormierte ungezillmerte Jahresnettoprämie } P_x = G \cdot \frac{A_x}{a_x} = G \cdot \frac{U_x}{N_x};$$

$$\Rightarrow \text{normierte ungezillmerte Jahresnettoprämie } p_x = \frac{1}{G} \cdot P_x = \frac{A_x}{a_x} = \frac{U_x}{N_x}. \quad \blacksquare$$

Zahlenbeispiel.

x	GA_x	a_x	P_x
1	70,04	3,79	18,48
2	67,63	3,14	21,54
3	66,35	2,47	26,86
4	58,41	1,67	34,98
5	50,00	1,00	50,00

Ungezillmerte Bruttoprämie.

- Die unnormierte ungezillmerte Jahresbruttoprämie B_x , $B_x = P_x + \Gamma_{j/s} + \Delta_{j/s} \cdot B_x$ setzt sich zusammen aus:
 - der (unnormierte ungezillmerten jährlichen) Nettoprämie P_x gemäß Formel ...;
 - den (unnormierten jährlichen) Stückkosten $\Gamma_{j/s}$ ($\Gamma_{j/s} = G \cdot \gamma_{j/s}$);
 - dem (unnormierten jährlichen) Zuschlag $\Delta_{j/s} \cdot B_x$ aus dem beitragsproportionalem Zuschlag $\Delta_{j/s}$ auf die (unnormierte) ungezillmerte Jahresbruttoprämie ${}^z B_x$.

Herleitung.

- Es ist $B_x = P_x + \Gamma_{j/s} + \Delta_{j/s} \cdot B_x$.

$$\Rightarrow B_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) = P_x + \Gamma_{j/s}$$

⇒ unnormierte ungezillmerte Jahresbruttoprämie B_x , $B_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}}$;

Zillmerprämie.

- Äquivalenzprinzip $GA_x = Pa_x$ zum Alter x gemäß Formel ... für Zillmerung lautet: $ZB_x = ZPa_x$
 - mit Zillmerbetrag ZB_x als einmalige Leistung nur zu Versicherungsbeginn im ersten Jahr, d.h. $GA_x = ZB_x$ als gesamtes diskontiertes Leistungsvolumen GA_x ,
 - mit Zillmerprämie ZP_x als über die Vertragsdauer zu zahlende konstante Prämie, d.h. $ZPa_x = ZP_x \cdot a_x$ als gesamtes diskontiertes Zahlungsvolumen Pa_x .

- $GA_x = G \cdot \frac{U_x}{D_x}$ gemäß Formel ..., mit $U_x := \sum_{\xi=x}^{x_\omega} O_\xi$ gemäß Formel ... und $O_\xi := D_\xi \cdot k_\xi$ gemäß Formel ... sowie mit $G = 1$ und $k_{x+0} = ZB_x \wedge \forall \mu \mid \mu > 0 : k_{x+\mu} = 0$:

$$U_x = \sum_{\xi=x}^{x_\omega} D_\xi \cdot k_\xi = D_x \cdot k_x + \sum_{\xi=x+1}^{x_\omega} D_\xi \cdot k_\xi = D_x \cdot ZB_x + \sum_{\xi=x+1}^{x_\omega} 0 = D_x \cdot ZB_x$$

$$\Rightarrow GA_x = \frac{U_x}{D_x} = \frac{D_x \cdot ZB_x}{D_x} = ZB_x$$

$$\text{mit } ZB_x = ZPa_x \text{ und } ZPa_x = ZP_x \cdot a_x$$

$$\Rightarrow ZP_x = \frac{ZB_x}{a_x} . \quad \blacksquare$$

Zillmerung von Monatsbruttobeiträgen.

- Mit $ZP_x = \frac{ZB_x}{a_x}$ gemäß Formel ... und $ZB_x = \alpha_x^z \cdot {}^z\tilde{B}_x = \frac{\alpha_x^z \cdot {}^zB_x}{12}$ (mit ${}^z\tilde{B}_x = \frac{1}{12} \cdot {}^zB_x$) ist:

$$\Rightarrow \text{unnormierte Zillmerprämie } ZP_x = \frac{\alpha_x^z \cdot {}^zB_x}{12 \cdot a_x} = \frac{\alpha_x^z \cdot {}^z\tilde{B}_x}{a_x} ;$$

- mit ${}^z b_x := \frac{1}{G} \cdot {}^zB_x$ und ${}^z\tilde{b}_x = \frac{1}{12} \cdot {}^z b_x$:

$$zp_x = \frac{1}{G} \cdot ZP_x = \frac{\alpha_x^Z \cdot \frac{1}{G} \cdot {}^ZB_x}{12 \cdot a_x}$$

$$\Rightarrow \text{normierte Zillmerprämie } zp_x = \frac{\alpha_x^Z \cdot {}^Zb_x}{12 \cdot a_x} = \frac{\alpha_x^Z \cdot {}^Z\tilde{b}_x}{a_x}.$$

Zahlenbeispiel.

x	a_x	ZB_x	ZP_x
1	3,79	4,90	1,29
2	3,14	5,57	1,77
3	2,47	6,75	2,73
4	1,67	3,87	2,32
5	1,00	0,00	0,00

Gezillmerte Bruttoprämie.

- Die unnormierte gezillmerte Jahresbruttoprämie ZB_x , ${}^ZB_x = P_x + ZP_x + \Gamma_{j/s} + \Delta_{j/s} \cdot {}^ZB_x$ zum Alter x setzt sich zusammen aus:
 - der (unnormierte ungezillmerten jährlichen) Nettoprämie P_x gemäß Formel ...;
 - der (unnormierten jährlichen) Zillmerprämie ZP_x gemäß Formel ...;
 - den (unnormierten jährlichen) Stückkosten $\Gamma_{j/s}$ ($\Gamma_{j/s} = G \cdot \gamma_{j/s}$);
 - dem (unnormierten jährlichen) Zuschlag $\Delta_{j/s} \cdot {}^ZB_x$ aus dem prämiensproportionalem Zuschlag $\Delta_{j/s}$ auf die (unnormierte) gezillmerte Jahresbruttoprämie ZB_x .

Herleitung.

- Mit $ZP_x = \frac{\alpha_x^Z \cdot {}^ZB_x}{12 \cdot a_x}$ gemäß Formel ...:

$${}^ZB_x = P_x + \frac{\alpha_x^Z \cdot {}^ZB_x}{12 \cdot a_x} + \Gamma_{j/s} + \Delta_{j/s} \cdot {}^ZB_x$$

$$\Rightarrow {}^ZB_x \cdot \left(1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^Z}{12 \cdot a_x} \right) = P_x + \Gamma_{j/s}$$

⇒ unnormierte gezillmerte Jahresbruttoprämie ${}^z B_x$,

$${}^z B_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}};$$

- mit ${}^z b_x := \frac{1}{G} \cdot {}^z B_x$:

$${}^z b_x = \frac{\frac{1}{G} \cdot P_x + \frac{1}{G} \cdot \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}}$$

⇒ normierte gezillmerte Jahresbruttoprämie ${}^z b_x$,

$${}^z b_x = \frac{p_x + \gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}};$$

- mit ${}^z \tilde{B}_x := \frac{1}{12} \cdot {}^z B_x$:

⇒ unnormierte gezillmerte Monatsbruttoprämie ${}^z \tilde{B}_x$,

$${}^z \tilde{B}_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{12 \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \frac{\alpha_x^z}{a_x}};$$

- mit ${}^z \tilde{b}_x := \frac{1}{G} \cdot {}^z \tilde{B}_x$:

$${}^z \tilde{b}_x = \frac{\frac{1}{G} \cdot P_x + \frac{1}{G} \cdot \Gamma_{j/s}}{12 \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \frac{\alpha_x^z}{a_x}}$$

⇒ normierte gezillmerte Monatsbruttoprämie ${}^z \tilde{b}_x$,

$${}^z \tilde{b}_x = \frac{p_x + \gamma_{j/s}}{12 \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \frac{\alpha_x^z}{a_x}}.$$

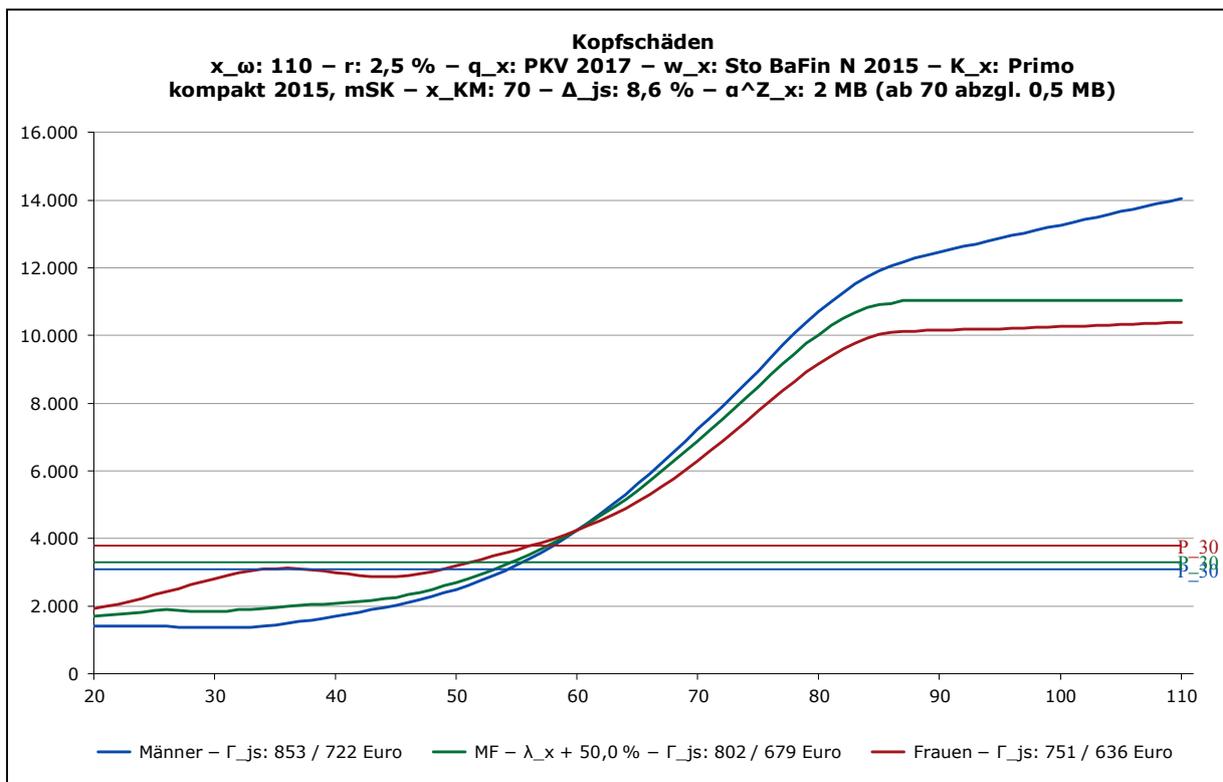
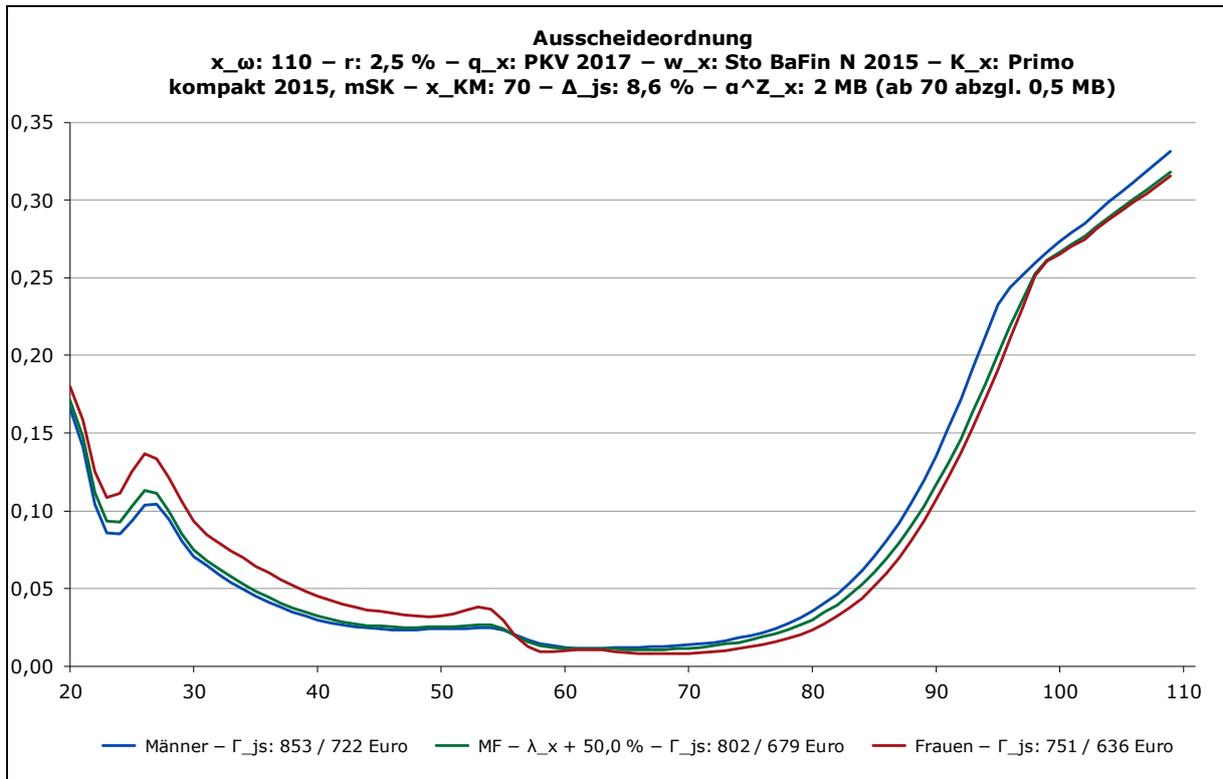
Zahlenbeispiel.

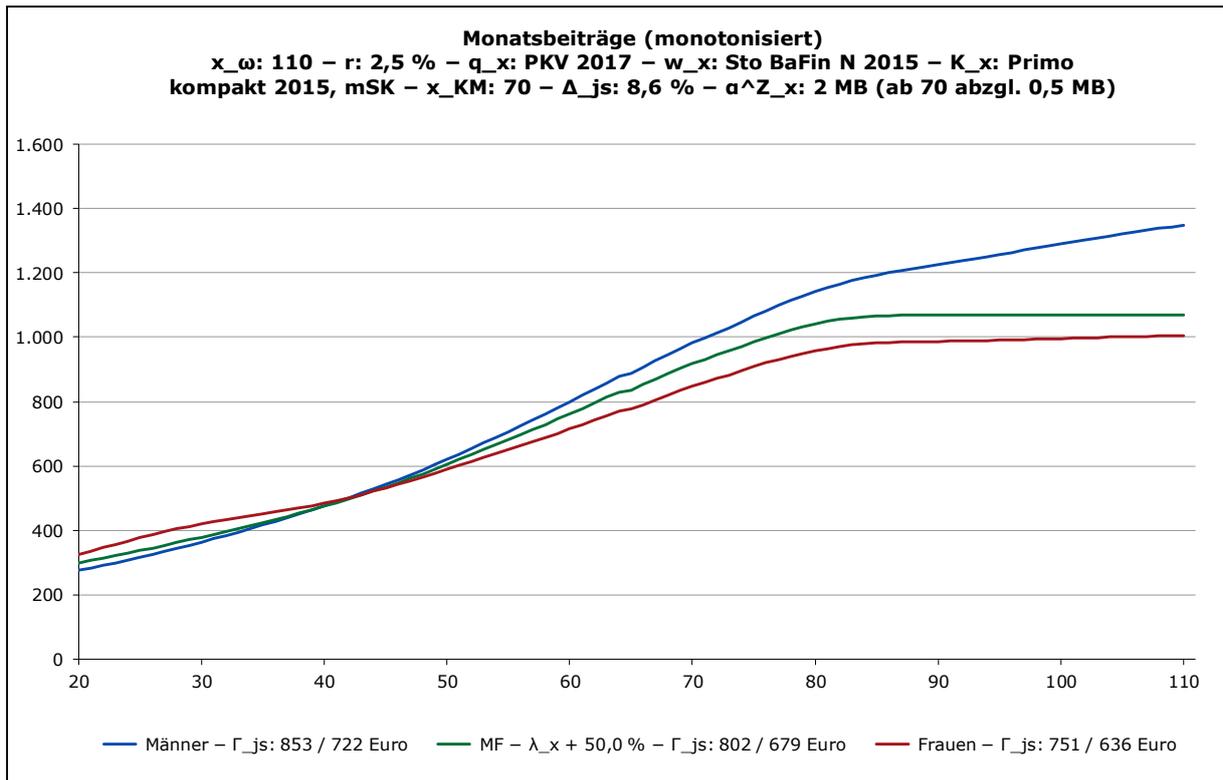
x	x_spez.	j/s	a_x	P_x	$\Delta_{j/s}$	$\Gamma_{j/s}$	α^z_x	B^z_x	$B^{\sim z}_x$
1	x_a	j	3,79	18,48	10,6%	5,46	2,00	28,16	2,35
2		j	3,14	21,54	10,6%	5,46	2,00	32,11	2,68
3		j	2,47	26,86	10,6%	5,46	2,00	39,10	3,26
4	x_s	s	1,67	34,98	10,6%	4,30	1,00	46,53	3,88
5	x_ω	s	1,00	50,00	10,6%	4,30	0,00	60,74	5,06

Zahlenbeispiel.

Substitutiver Vollversicherungstarif mit ambulantem Selbstbehalt von 30 Euro, stationären allgemeinen Krankenhausleistungen und Wahlleistungen sowie Zahnbehandlung und 80 Prozent Erstattung von Zahnersatz (mSK:

Leistungen wegen Schwangerschaft und Mutterschaft bei Frauen), 2,5 Prozent Rechnungszins, aktueller Ausscheideordnung und durchschnittlichen Kostenansätzen.





Bemerkung.

- Im Grenzalter x_s kann auf Grund geringerer Stückkosten die Bruttoprämie sinken: bei unveränderten Rechnungsgrundlagen wird für eine versicherte Person bei Erreichen des Grenzalters x_s der zu zahlende Beitrag ggf. um die Stückkostendifferenz $\Gamma_j - \Gamma_s$ günstiger.

Gezillmerte Nettoprämie (Zillmerverfahren Teil 2).

- Die (jährliche) unnormierte gezillmerte Nettoprämie zP_x , ${}^zP_x = P_x + ZP_x$ zum Alter x setzt sich zusammen aus:
 - der (jährlichen ungezillmerten) unnormierte Nettoprämie P_x gemäß Formel ...;
 - der (jährlichen) unnormierten Zillmerprämie ZP_x gemäß Formel

Herleitung.

- ${}^zP_x = P_x + ZP_x$ mit $ZP_x = \frac{\alpha_x^Z \cdot {}^zB_x}{12 \cdot a_x}$ gemäß Formel ... und ${}^z p_x = \frac{1}{G} \cdot {}^zP_x$ ist:

$${}^zP_x = P_x + \frac{\alpha_x^Z}{12 \cdot a_x} \cdot {}^zB_x \quad \text{resp.} \quad {}^z p_x = p_x + \frac{\alpha_x^Z}{12 \cdot a_x} \cdot {}^z b_x. \quad \square$$

- mit ${}^zB_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}}$ gemäß Formel ...:

$$\begin{aligned} {}^zP_x &= P_x + \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x} \cdot \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}} \\ &= P_x + \frac{\alpha_x^z \cdot (P_x + \Gamma_{j/s})}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z} \\ &= \frac{[12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z] + \alpha_x^z}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z} \cdot P_x + \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z} \cdot \Gamma_{j/s} \\ &= \underbrace{\frac{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s})}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z}}_{=: z_x} \cdot P_x + \underbrace{\frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z}}_{=: z_x - 1} \cdot \Gamma_{j/s} \end{aligned}$$

- mit $z_x := \frac{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s})}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z}$ und

$$\frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z} = \frac{[12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s})] - ([12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s})] - \alpha_x^z)}{12 \cdot a_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) - \alpha_x^z} = z_x - 1 :$$

⇒ (jährliche) unnormierte gezillmerte Nettoprämie

$${}^zP_x = z_x \cdot P_x + (z_x - 1) \cdot \Gamma_{j/s} ;$$

- mit ${}^z p_x = \frac{1}{G} \cdot {}^z P_x :$

$${}^z p_x = \frac{1}{G} \cdot z_x \cdot P_x + \frac{1}{G} \cdot (z_x - 1) \cdot \Gamma_{j/s}$$

⇒ (jährliche) normierte gezillmerte Nettoprämie

$${}^z p_x = z_x \cdot p_x + (z_x - 1) \cdot \gamma_{j/s} ;$$

□■

Gezillmerte Bruttoprämie (Teil 2).

- Gemäß Formel ...: ${}^zB_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s} - \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x}}$ □

- ${}^zB_x = P_x + ZP_x + \Gamma_{j/s} + \Delta_{j/s} \cdot {}^zB_x$ gemäß Formel ... mit der Darstellung
 ${}^zP_x = P_x + ZP_x$ gemäß Formel ...:

$${}^z B_x = {}^z P_x + \Gamma_{j/s} + \Delta_{j/s} \cdot {}^z B_x$$

$$\Rightarrow {}^z B_x \cdot (1 - \Delta_{j/s}) = {}^z P_x + \Gamma_{j/s}$$

$$\Rightarrow {}^z B_x = \frac{{}^z P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}}. \quad \square$$

- Aus ${}^z P_x = P_x + \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x} \cdot {}^z B_x$ und $B_x = \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}}$ gemäß Formeln ... resp. ... folgt für ${}^z B_x = \frac{{}^z P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}}$ gemäß Formel ...:

$$\begin{aligned} {}^z B_x &= \frac{{}^z P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= \frac{P_x + \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x} \cdot {}^z B_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= \frac{P_x + \Gamma_{j/s} + \frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x} \cdot {}^z B_x}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} + \frac{\frac{\alpha_x^z}{12 \cdot a_x} \cdot {}^z B_x}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= B_x + \frac{\alpha_x^z \cdot {}^z B_x}{12 \cdot (1 - \Delta_{j/s}) \cdot a_x}. \quad \square \end{aligned}$$

- Aus ${}^z P_x = z_x \cdot P_x + (1 - z_x) \cdot \Gamma_{j/s}$ gemäß Formel ... folgt für ${}^z B_x = \frac{{}^z P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}}$ aus Formel ...:

$$\begin{aligned} {}^z B_x &= \frac{{}^z P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= \frac{z_x \cdot P_x + (z_x - 1) \cdot \Gamma_{j/s} + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= \frac{z_x \cdot P_x + z_x \cdot \Gamma_{j/s} - \Gamma_{j/s} + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= \frac{z_x \cdot P_x + z_x \cdot \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= z_x \cdot \frac{P_x + \Gamma_{j/s}}{1 - \Delta_{j/s}} \\ &= z_x \cdot B_x. \quad \square \blacksquare \end{aligned}$$