

Die Mathematik der Privaten Krankenversicherung.

Ein Leitfaden für PKV-Aktuarinnen und -Aktuare.

– Teil F: Anwartschaften –

München, Stand: 10. Juli 2017.

ANDREAS LENCKNER, Aktuar DAV.

Hinweise:

- Entstanden zur Vorlesung an der Ludwig-Maximilians-Universität München (Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik – Mathematisches Institut – Arbeitsgruppe Stochastik und Finanzmathematik) im Sommersemester 2017. Zitate der Rechtsgrundlagen zum damals aktuellen Stand.
- Sofern wegen der Übersichtlichkeit im Text die männliche Form gewählt wurde, beziehen sich die Angaben selbstverständlich auf Angehörige beider Geschlechter.
- Weiterverarbeitung jeder Art, auch auszugsweise, ausdrücklich nicht gestattet.
- Haftungsausschluss jeglicher Art: alle Angaben sind ohne Gewähr, so dass keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit und Aktualität übernommen werden kann, insbesondere dienen die Inhalte lediglich der Information und stellen keine Rechtsberatung dar.

Übersicht.

1. Anwartschaften und Optionen.	3
1.1 Ansparanwartschaftsversicherung.	3
1.2 Teilanwartschaftsversicherung.	11
1.3 Risikoanwartschaftsversicherung.	13
1.4 Optionsversicherung, Optionszuschlag.	21
1.5 Übersicht.	25

1. Anwartschaften und Optionen.

§ 204 „Tarifwechsel“ VVG.

[...]

(4) Soweit die Krankenversicherung nach Art der Lebensversicherung betrieben wird, haben die Versicherungsnehmer und die versicherte Person das Recht, einen gekündigten Versicherungsvertrag in Form einer Anwartschaftsversicherung fortzuführen.

[...]

Bemerkung.

Bei Pflegeversicherungen sind Anwartschaftsversicherungen nicht sachgerecht, da sie in jungen Jahren quasi reine Ansparprozesse darstellen. Sie bergen somit Ausnutzungsmöglichkeiten, da die Versicherung solange in Anwartschaft geführt wird, bis der Leistungsfall bei Pflegebedürftigkeit eintritt, um so gezielt Leistungen in Anspruch zu nehmen, ohne dafür entsprechend Beiträge entrichtet zu haben, was dem Versicherungsgedanken diametral widerspricht.

Allerdings sind gemäß § 204 „Tarifwechsel“ VVG Anwartschaftsversicherungen verpflichtend.

I.d.R. werden in diesem Kapitel unnormierte Größen verwendet.

1.1 Ansparanwartschaftsversicherung.

AnspAwV-Netto- und -Bruttoprämie.

(1:1)

$${}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} = {}^zP_x - G \cdot \frac{U_{x+m} - U_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}$$

AnspAwV-Nettoprämie zum AnspAwV-Beginnalter $x+m$ beim Eintrittsalter x für k Jahre dauernde AnspAwV

$${}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k} = \frac{{}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} + {}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{AnspAwV}\Delta_{j/s}}$$

AnspAwV-Jahresbruttoprämie zum AnspAwV-Beginnalter $x+m$ beim Eintrittsalter x für eine k Jahre dauernde AnspAwV

$${}^{AnspAwV}\sigma$$

altersabhängiger Sicherheitszuschlag während der AnspAwV

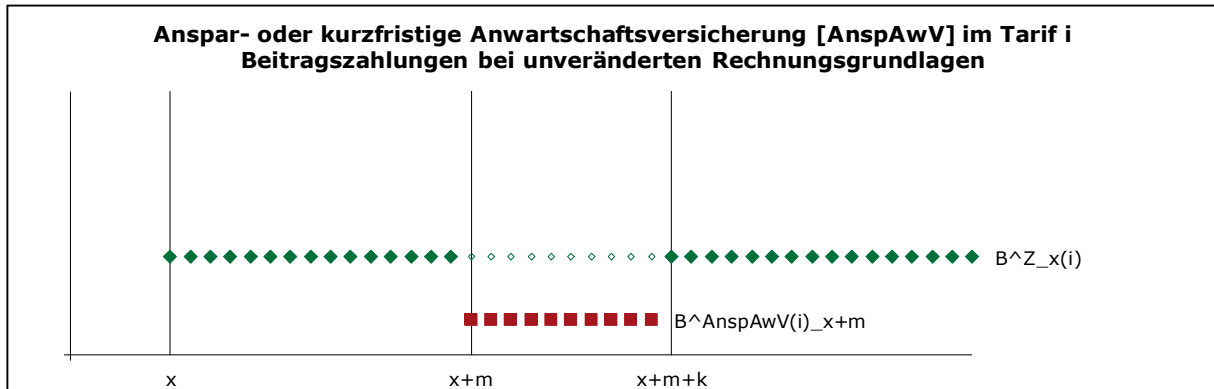
$${}^{AnspAwV}\Delta_{j/s} = {}^{AnspAwV}\sigma + \Omega_{j/s}^{ST}$$

altersabhängiger Zuschlag während der AnspAwV

$AnspAwV \Gamma_{j/s}$

altersunabhängiger Zuschlag zur Deckung der Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten $AnspAwV \alpha_{j/s}^u$, $AnspAwV \alpha^m$, $AnspAwV \rho$ und $AnspAwV \beta$ während der AnspAwV

Systematischer Beitragsverlauf.



Beschreibung der Anspar-, kurzfristigen oder großen Anwartschaftsversicherung [AnspAwV].

Während der AnspAwV-Zeit im Tarif i wird genau dieselbe Alterungsrückstellung aufgebaut, wie bei einer normal leistenden Versicherung, allerdings ist das aktuelle Krankheitsrisiko vorübergehend nicht versichert; der Zweck der AnspAwV ist die Beibehaltung des ursprünglichen Gesundheitszustandes und der unveränderte Ansparprozess, so dass nach der Umstellung auf den ursprünglichen Versicherungsschutz derselbe Beitrag zu entrichten ist, wie wenn die Versicherung die ganze Zeit unverändert fortgeführt worden wäre (x : Eintrittsalter, $x+m$: Alter bei Übergang zur AnspAwV, $x+m+k$: Alter bei Übergang aus AnspAwV).

Herleitung der AnspAwV-Nettoprämie.

- Die konstante AnspAwV-Nettoprämie $AnspAwV P_{x;x+m;x+m+k}$, die zum AnspAwV-Beginnalter $x+m$ beim Eintrittsalter x für die k Jahre währende AnspAwV entrichtet wird, hat den Zweck, die Alterungsrückstellung weiter planmäßig unverändert aufzubauen.
- Es ist demnach die Differenz der Alterungsrückstellung zu Ende und zu Beginn der AnspAwV-Zeit in diesen k Jahren zu bilden, wobei das zwischenzeitliche Ausscheiden von Personen und die Diskontierung zu beachten sind.

- Gemäß (kollektivem) Äquivalenzprinzip gilt für den Aufbau der benötigten gezillmerten Alterungsrückstellung ZV (bei k Zahlungen) während der AnspAwV-Zeit:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\underbrace{I_{x+m+k}}_{\substack{\text{Anzahl} \\ \text{Rm-Lebende} \\ \text{zu AnspAwV-Ende}}} \cdot \underbrace{v^k \cdot {}^ZV_{x;x+m+k}}_{\substack{\text{diskontierte AR zu} \\ \text{AnspAwV-Ende}}}}_{\text{kollektive AR zu AnspAwV-Ende}} - \underbrace{\underbrace{I_{x+m}}_{\substack{\text{Anzahl} \\ \text{Rm-Lebende} \\ \text{zu AnspAwV-Beginn}}} \cdot \underbrace{{}^ZV_{x;x+m}}_{\substack{\text{AR zu} \\ \text{AnspAwV-Beginn}}}}_{\text{kollektive AR zu AnspAwV-Beginn}} & \quad (1:2) \\
 \Rightarrow & \\
 & = \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} I_{x+m} \cdot \text{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} \cdot v^0 \\ + \dots \\ + I_{x+m+k-1} \cdot \text{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} \cdot v^{k-1} \end{array} \right.}_{\substack{\text{kollektive aufsummierte diskontierte Prämienzahlungen} \\ \text{während } k\text{-jähriger AnspAwV}}}
 \end{aligned}$$

- kollektive aufsummierte diskontierte Prämienzahlung während AnspAwV

$$\begin{aligned}
 & I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot {}^ZV_{x;x+m+k} - I_{x+m} \cdot {}^ZV_{x;x+m} \\
 & = I_{x+m} \cdot \text{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} \cdot v^0 + \dots + I_{x+m+k-1} \cdot \text{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} \cdot v^{k-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot {}^ZV_{x;x+m+k} - I_{x+m} \cdot {}^ZV_{x;x+m} \\
 & = \sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot \text{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} \cdot v^{\mu}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot {}^ZV_{x;x+m+k} - I_{x+m} \cdot {}^ZV_{x;x+m} = \text{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} \cdot \sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^{\mu} \quad (1:3)$$

$$\Rightarrow \text{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k}$$

$$= \frac{I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot {}^ZV_{x;x+m+k} - I_{x+m} \cdot {}^ZV_{x;x+m}}{\sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^{\mu}}$$

- mit ${}^ZV_{x;x+\mu} = G \cdot A_{x+\mu} - {}^ZP_x \cdot a_{x+\mu}$:

$$= \frac{I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot (G \cdot A_{x+m+k} - {}^ZP_x \cdot a_{x+m+k}) - I_{x+m} \cdot (G \cdot A_{x+m} - {}^ZP_x \cdot a_{x+m})}{\sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^{\mu}}$$

- mit $a_{\xi} = \frac{N_{\xi}}{D_{\xi}}$ und $A_{\xi} = \frac{U_{\xi}}{D_{\xi}}$:

$$= \frac{I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} - {}^ZP_x \cdot \frac{N_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} \right) - I_{x+m} \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m}}{D_{x+m}} - {}^ZP_x \cdot \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \right)}{\sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^{\mu}}$$

- Erweiterung im Nenner mit $\frac{v^{x+m}}{v^{x+m}}$:

$$= \frac{I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} - zP_x \cdot \frac{N_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} \right) - I_{x+m} \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m}}{D_{x+m}} - zP_x \cdot \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \right)}{\sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^\mu \cdot \frac{v^{x+m}}{v^{x+m}}}$$

$$= \frac{I_{x+m+k} \cdot v^{x+m+k} \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} - zP_x \cdot \frac{N_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} \right) - I_{x+m} \cdot v^{x+m} \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m}}{D_{x+m}} - zP_x \cdot \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \right)}{\sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^{x+m+\mu}}$$

○ mit $D_\xi := I_\xi \cdot v^\xi$ und $N_\xi := \sum_{\mu \geq 0} D_{\xi+\mu}$:

$$= \frac{D_{x+m+k} \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} - zP_x \cdot \frac{N_{x+m+k}}{D_{x+m+k}} \right) - D_{x+m} \cdot \left(G \cdot \frac{U_{x+m}}{D_{x+m}} - zP_x \cdot \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \right)}{\sum_{\mu \geq 0} D_{x+m+\mu} - \sum_{\mu \geq k} D_{x+m+\mu}}$$

$$= \frac{(G \cdot U_{x+m+k} - zP_x \cdot N_{x+m+k}) - (G \cdot U_{x+m} - zP_x \cdot N_{x+m})}{\sum_{\mu \geq 0} D_{x+m+\mu} - \sum_{\mu \geq k} D_{x+m+\mu}}$$

$$= \frac{zP_x \cdot N_{x+m} + zP_x \cdot N_{x+m+k} - (G \cdot U_{x+m} - G \cdot U_{x+m+k})}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}$$

$$= zP_x \cdot \frac{N_{x+m} + N_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}} - \frac{G \cdot U_{x+m} - G \cdot U_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}$$

$$= zP_x - G \cdot \frac{U_{x+m} - U_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}. \quad \blacksquare$$

Bemerkung.

• Andere Darstellung des Äquivalenzprinzips (1:2, p. 5).

○ Formel (1:3, p. 5) $I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot {}^zV_{x;x+m+k} - I_{x+m} \cdot {}^zV_{x;x+m} =$
 ${}^{AnspAwV}P_{x;x+m;x+m+k} \cdot \sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^\mu$ erweitert mit $\frac{v^{x+m}}{v^{x+m}}$ unter Verwendung
 von $D_\xi := I_\xi \cdot v^\xi$ und $N_\xi := \sum_{\mu \geq 0} D_{\xi+\mu}$:

$$I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot {}^zV_{x;x+m+k} - I_{x+m} \cdot {}^zV_{x;x+m}$$

$$= {}^{AnspAwV}P_{x;x+m;x+m+k} \cdot \sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^\mu \cdot \frac{v^{x+m}}{v^{x+m}}$$

$$= \frac{1}{v^{x+m}} \cdot {}^{AnspAwV}P_{x;x+m;x+m+k} \cdot \sum_{\mu=0}^{k-1} I_{x+m+\mu} \cdot v^{x+m+\mu}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{v^{x+m}} \cdot \text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k} \cdot \sum_{\mu=0}^{k-1} D_{x+m+\mu} \\
&= \frac{1}{v^{x+m}} \cdot \text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k} \cdot \left(\sum_{\mu \geq 0} D_{x+m+\mu} - \sum_{\mu \geq k} D_{x+m+\mu} \right) \\
&= \frac{1}{v^{x+m}} \cdot \text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k} \cdot (N_{x+m} - N_{x+m+k})
\end{aligned}$$

○ Erweiterung mit $\frac{l_{x+m}}{l_{x+m}}$:

$$\begin{aligned}
&= \frac{l_{x+m}}{l_{x+m}} \cdot \frac{1}{v^{x+m}} \cdot \text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k} \cdot (N_{x+m} - N_{x+m+k}) \\
&= \frac{l_{x+m}}{D_{x+m}} \cdot \text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k} \cdot (N_{x+m} - N_{x+m+k}) \\
&= l_{x+m} \cdot \text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k} \cdot \underbrace{\frac{N_{x+m} - N_{x+m+k}}{D_{x+m}}}_{\substack{\text{abgekürzter Rentenbarwert} \\ a_{x+m:x+m+k}}} \\
\Rightarrow & \underbrace{l_{x+m+k}}_{\substack{\text{Anzahl Rm-} \\ \text{Lebende zu} \\ \text{AnspAwV-Ende}}} \cdot \underbrace{v^k \cdot {}^ZV_{x;x+m+k}}_{\substack{\text{diskontierte AR zu} \\ \text{AnspAwV-Ende}}} - \underbrace{l_{x+m}}_{\substack{\text{Anzahl Rm-} \\ \text{Lebende zu} \\ \text{AnspAwV-Beginn}}} \cdot \underbrace{{}^ZV_{x;x+m}}_{\substack{\text{AR zu} \\ \text{AnspAwV-Beginn}}} \qquad (1:4) \\
&= \underbrace{l_{x+m}}_{\substack{\text{Anzahl Rm-} \\ \text{Lebende zu} \\ \text{AnspAwV-Beginn}}} \cdot \underbrace{\text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k}}_{\text{AnspAwV-Prämie}} \cdot \underbrace{a_{x+m:x+m+k}}_{\substack{\text{abgekürzter} \\ \text{Rentenbarwert}}}
\end{aligned}$$

mit:

x ursprüngliches Eintrittsalter

$x+m$ Alter zu AnspAwV-Beginn

$x+m+k$ Alter zu AnspAwV-Ende

$a_{x:x+k}$ abgekürzter Rentenbarwert als einmalig zu zahlenden Betrag für x -Jährige zur Finanzierung einer Rente von 1 während der k -jährigen Zugehörigkeit zum Kollektiv

$$a_{x:x+k} = \frac{N_x - N_{x+k}}{D_x}$$

- In der Literatur erfolgt die Herleitung der AnspAwV-Prämie $\text{AnspAwV} P_{x;x+m:x+m+k}$ inklusive Zillmerung auch mittels des Äquivalenzprinzips gemäß Formel (1:4, p. 7) oder über die Rückführung auf die AnspAwV-Prämie $\text{AnspAwV} \bar{P}_{x;x+m:x+m+k}$ inklusive Zillmerung und anschließender Berücksichtigung von ${}^ZP_x = P_x + \frac{\alpha_x^Z \cdot {}^ZB_x}{12 \cdot a_x}$.

Bruttoprämienkomponenten.

- Die (unnormierte) AnspAwV-Jahresbruttoprämie ${}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k}$

$${}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k} = {}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} + {}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s} + {}^{AnspAwV}\Delta_{j/s} \cdot {}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k}$$

$${}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k} = \frac{{}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} + {}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{AnspAwV}\Delta_{j/s}}$$

zum AnspAwV-Beginnalter $x+m$ beim Eintrittsalter x für eine k Jahre lang dauernde AnspAwV setzt sich für die ungezillmerte Jahresbruttoprämie zusammen aus:

- der (unnormierte jährlichen) AnspAwV-Nettoprämie ${}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k}$;
- den (unnormierten jährlichen altersunabhängigen) AnspAwV-Stückkosten ${}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s}$;
- dem (unnormierten jährlichen beitragsproportionalen) AnspAwV-Zuschlag ${}^{AnspAwV}\Delta_{j/s} \cdot {}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k}$ an Hand von ${}^{AnspAwV}\Delta_{j/s}$.
- Die AnspAwV-Zuschläge ${}^{AnspAwV}\Delta_{j/s}$ (bestehend aus ${}^{AnspAwV}\sigma$, ${}^{AnspAwV}\Omega_{j/s}^{BT}$ und ${}^{AnspAwV}\Omega_{j/s}^{ST}$) und ${}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s}$ (bestehend aus ${}^{AnspAwV}\alpha_{j/s}^u$, ${}^{AnspAwV}\alpha^m$, ${}^{AnspAwV}\rho$ und ${}^{AnspAwV}\beta$) werden im Vergleich zu den entsprechenden Zuschlägen der unter Risiko stehenden Versicherung teilweise i.d.R. in geringerer Höhe angesetzt:
 - ein reduzierter Sicherheitszuschlag ${}^{AnspAwV}\sigma$, da geringere Schwankungen in den übrigen Rechnungsgrundlagen auftreten;
 - kein Basistarif-Zuschlag ${}^{AnspAwV}\Omega^{BT}$ (${}^{AnspAwV}\Omega^{BT} = 0$);
 - der Standardtarif-Zuschlag ${}^{AnspAwV}\Omega^{ST}$;
 - ein reduzierter Zuschlag ${}^{AnspAwV}\alpha^m$ zur Deckung der mittelbaren Abschlusskosten, da diese geringer anfallen;
 - kein Zuschlag ${}^{AnspAwV}\rho$ (${}^{AnspAwV}\rho = 0$) zur Finanzierung von Schadenregulierungskosten, da diese auf Grund der Nicht-Leistung nicht anfallen;
 - ein reduzierter Zuschlag ${}^{AnspAwV}\beta$ zur Deckung der sonstigen Verwaltungskosten, da diese geringer anfallen.
 - Der Zuschlag ${}^{AnspAwV}\alpha_{j/s}^u$ zur Deckung der unmittelbaren Abschlusskosten bleibt meist unverändert, da die unmittelbaren Abschlusskosten mit diesem Zuschlag nachgelagert finanziert werden.

Somit ist ${}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s} \leq \Gamma_{j/s}$ und ${}^{AnspAwV}\Delta_{j/s} \leq \Delta_{j/s}$, i.d.R. ${}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s} < \Gamma_{j/s}$ und ${}^{AnspAwV}\Delta_{j/s} < \Delta_{j/s}$.

$$\bullet \quad {}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k} = {}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} + {}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s} + {}^{AnspAwV}\Delta_{j/s} \cdot {}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k}$$

$$\Rightarrow \quad {}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k} = \frac{{}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} + {}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{AnspAwV}\Delta_{j/s}} \quad \text{resp.}$$

$${}^{AnspAwV}\tilde{B}_{x;x+m:x+m+k} = \frac{{}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} + {}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s}}{12 \cdot (1 - {}^{AnspAwV}\Delta_{j/s})} \quad \text{monatlich.}$$

Bemerkung.

- Die AnspAwV-Jahresbruttoprämie ${}^{AnspAwV}B_{x;x+m:x+m+k}$ ist konstruktionsbedingt von den drei Parametern x , $x+m$ und $x+m+k$ abhängig. Die Dreidimensionalität ist schwer zu verwalten, insbesondere vor dem Hintergrund, dass die AnspAwV-Dauer meistens zu AnspAwV-Beginn unbekannt ist. In denjenigen Altern, in die Alterungsrückstellung rückläufig ist, errechnet sich zudem ein negativer Beitrag, allerdings ist in diesen – zumeist späteren – Altern eine AnspAwV äußerst selten.
- Es kann ein von $x+m$ und $x+m+k$ unabhängiger durchschnittlicher Prozentsatz ${}^{AnspAwV}pr_x$ zur gezillerten Nettoprämie zP_x zum Eintrittsalter x als AnspAwV-Beitrag festgelegt werden.

Dazu werden die Quotienten

$$\frac{{}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k}}{{}^zP_x}$$

bezüglich der beide Parameter $x+m$ und $x+m+k$ geeignet gewichtet, beispielsweise an Hand der VU-eigenen AnspAwV-Bestände

$${}^{AnspAwV}L_{x;x+m:x+m+k} :$$

$${}^{AnspAwV}pr_x = \frac{\sum_{m;k} {}^{AnspAwV}L_{x;x+m:x+m+k} \cdot \frac{{}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k}}{{}^zP_x}}{\sum_{m;k} {}^{AnspAwV}L_{x;x+m:x+m+k}} .$$

Die AnspAwV-Versicherten zum Alter x haben sodann den Beitrag

$${}^{AnspAwV}B_x = \frac{{}^{AnspAwV}pr_x \cdot {}^zP_x + {}^{AnspAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{AnspAwV}\Delta_{j/s}}$$

zu entrichten.

Als weitere Vereinfachung ist auch die Gewichtung an Hand der drei Parameter x , $x+m$ und $x+m+k$ möglich.

- In praxi wird oftmals ein einheitlicher von x , $x+m$ und $x+m+k$ unabhängiger durchschnittlicher Prozentsatz ${}^{AnspAwV}pr$ zur gezillmerten Bruttoprämie ZB_x zum Eintrittsalter x als AnspAwV-Beitrag festgelegt.

Dazu werden Quotienten

$$\frac{{}^{AnspAwV}B_{x;x+m;x+m+k}}{{}^ZB_x}$$

bestimmt, die bezüglich der drei Parameter x , $x+m$ und $x+m+k$ geeignet gewichtet werden, beispielsweise an Hand der VU-eigenen AnspAwV-Bestände ${}^{AnspAwV}L_{x;x+m;x+m+k}$:

$${}^{AnspAwV}pr = \frac{\sum_{x;m;k} {}^{AnspAwV}L_{x;x+m;x+m+k} \cdot \frac{{}^{AnspAwV}B_{x;x+m;x+m+k}}{{}^ZB_x}}{\sum_{x;m;k} {}^{AnspAwV}L_{x;x+m;x+m+k}}.$$

Die AnspAwV-Versicherten haben sodann den Beitrag

$${}^{AnspAwV}B_x = {}^{AnspAwV}pr \cdot {}^ZB_x$$

zu entrichten.

Diese Variante hat den Vorteil, dass die AnspAwV-Bruttoprämie leicht an Hand des bekannten Neugeschäftsbeitrags ermittelt werden kann.

- I.d.R. nimmt mit der Profilsteilheit (d.h. mit zunehmender Ausprägtheit der Altersabhängigkeit der Kopfschäden) der Prozentsatz ${}^{AnspAwV}pr$ zu, da in jüngeren Jahren (in denen die meisten kAvV zu beobachten sind) aus der Nettoprämie größere Teile in die Alterungsrückstellung fließen und weniger zu Deckung der laufenden Kopfschäden benötigt werden, d.h. die Sparprämie ist größer, die Risikoprämie somit geringer.
- Unter Beachtung der Profilsteilheit betragen die Prozentsätze ${}^{AnspAwV}pr$ ca. 15 bis 50 Prozent, bei Pflegeversicherungen mit extrem steilen Profilen liegen sie wesentlich höher, da die Nettoprämie zunächst quasi eine reine Sparprämie ist.

1.2 Teilanwartschaftsversicherung.

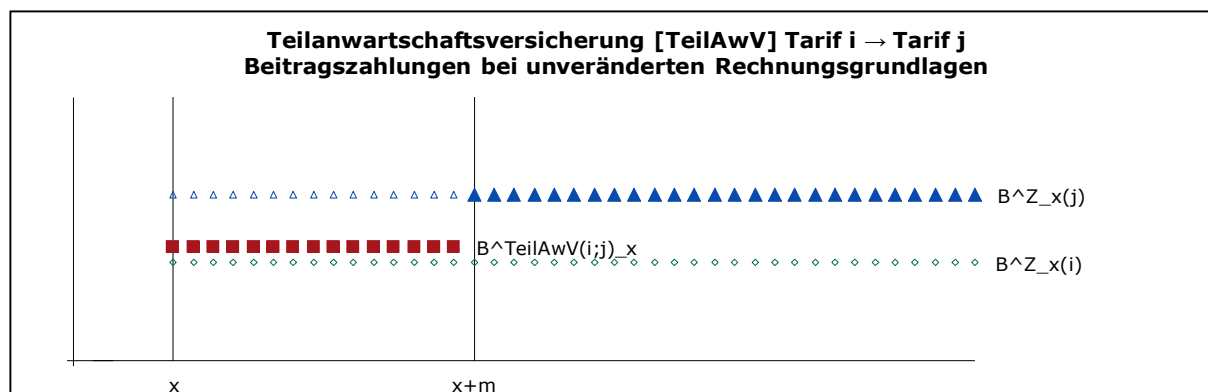
TeilAwV-Jahresbruttoprämie.

(1:5)

$${}^{\text{TeilAwV}}B_x(i; j) = [1 - \text{AnspAwV} \cdot pr(i)] \cdot {}^Z B_x(i) + \text{AnspAwV} \cdot pr(j) \cdot {}^Z B_x(j)$$

TeilAwV-Jahresbruttoprämie zum Eintrittsalter x in den Tarif i und Alter $x+k$ bei Wechsel in den Tarif j

Systematischer Beitragsverlauf.



Beschreibung der Teilanwartschaftsversicherung [TeilAwV].

Bei der Teilanwartschaftsversicherung [TeilAwV] besteht in dem Tarif i Versicherungsschutz mit vollem Leistungsanspruch, hingegen ist beabsichtigt, zu einem späteren Zeitpunkt in einen höherwertigen Tarif j ohne Risikoprüfung zu wechseln ($i \rightarrow j$) und in dem neuen Tarif j dann denjenigen Beitrag zu entrichten, wie wenn die Versicherung die ganze Zeit über im Tarif j geführt worden wäre, d.h. es wird dieselbe Alterungsrückstellung aufgebaut wie im Zieltarif j ; hierbei handelt es sich im Prinzip um eine AnspAwV auf die Leistungsdifferenz (x : Eintrittsalter, $x+m$: Alter bei Übergang zum Tarif j).

Bruttoprämienkomponenten.

- Die TeilAwV-Jahresbruttoprämie ${}^{\text{TeilAwV}}B_{x;x+k}(i; j)$ zum Eintrittsalter x in den Tarif i und Alter $x+k$ bei Wechsel in den Tarif j für die k Jahre dauernde TeilAwV setzt sich während der Versicherungszeit im Tarif i demnach zusammen aus:
 - der Risikoprämie des Tarifs i der ersten k Jahre – zur Abdeckung der laufenden Leistungen in den ersten Versicherungsjahren $x+\mu$ ($\mu \leq k-1$);

- der Sparprämie des Tarifs j der ersten k Jahre – zum Aufbau der notwendigen Alterungsrückstellung für die darauffolgenden Versicherungsjahre $k+\mu$ ($\mu \geq 0$);
- den entsprechenden Zuschlägen des Tarifs i (Zillmerung, Stückkosten und Proportionalzuschläge).

Herleitung.

- Vereinfachend wird
 - an Hand des AnspAwV-Prozentsatzes ${}^{AnspAwV}pr(i)$ des Tarifs i die Risikoprämie $(1 - {}^{AnspAwV}pr(i)) \cdot {}^ZB_x(i)$ für den Tarif i (da ${}^{AnspAwV}pr$ den Sparanteil an der Nettoprämie wiedergibt, stellt $(1 - {}^{AnspAwV}pr(i))$ den Risikoanteil dar) und
 - mit dem AnspAwV-Prozentsatz ${}^{AnspAwV}pr(j)$ des Tarifs j die Sparprämie ${}^{AnspAwV}pr(j) \cdot {}^ZB_x(j)$ für den Tarif j

festgelegt.

Die TeilAwV-Jahresbruttoprämie ${}^{TeilAwV}B_x(i; j)$ während der Versicherungszeit im Tarif i zum Eintrittsalter x in den Tarif i und der jederzeitigen Wechselmöglichkeit $i \rightarrow j$ in den Tarif j ergibt sich somit zu

$${}^{TeilAwV}B_x(i; j) = (1 - {}^{AnspAwV}pr(i)) \cdot {}^ZB_x(i) + {}^{AnspAwV}pr(j) \cdot {}^ZB_x(j),$$

wobei die Zuschläge in den Grundbruttoprämien ${}^ZB_x(i)$ und ${}^ZB_x(j)$ enthalten sind.

Nach einem Wechsel in den Tarif j ist die Bruttoprämie ${}^ZB_x(j)$ zum ursprünglichen Eintrittsalter x zu entrichten.

Bemerkung.

- Ein Teilanwartschaftsversicherungen ist i.d.R. nur sinnvoll für solche Zielertarife j , deren Leistungsumfang umfassender ist als der des Tarifs i .
- Auf Grund der subjektiven Ausnutzungsmöglichkeiten (Wechsel in den höher leistenden Tarif erst bei entsprechender Verschlechterung des Gesundheitszustandes) werden Teilanwartschaftsversicherungen nur noch sehr selten angeboten. Als Ersatz dafür sind Optionen entwickelt worden (dazu Abschnitt 1.4, p. 21).

1.3 Risikoanwartschaftsversicherung.

IAwV-Netto- und -Bruttoprämie.

(1:6)

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = 12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{N_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}$$

RisAwV-Nettoprämie zum RisAwV-Beginnalter $x+m$ beim Eintrittsalter x für k Jahre dauernde RisAwV

$${}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k} = \frac{{}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} + {}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{RisAwV}\Delta_{j/s}}$$

RisAwV-Jahresbruttoprämie zum RisAwV-Beginnalter $x+m$ beim Eintrittsalter x für eine k Jahre dauernde RisAwV

$$\frac{RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k}}{{}^{RisAwV}\sigma}$$

monatlicher Risikoverschlechterungszuschlag

$${}^{RisAwV}\Delta_{j/s} = {}^{RisAwV}\sigma + \Omega_{j/s}^{ST}$$

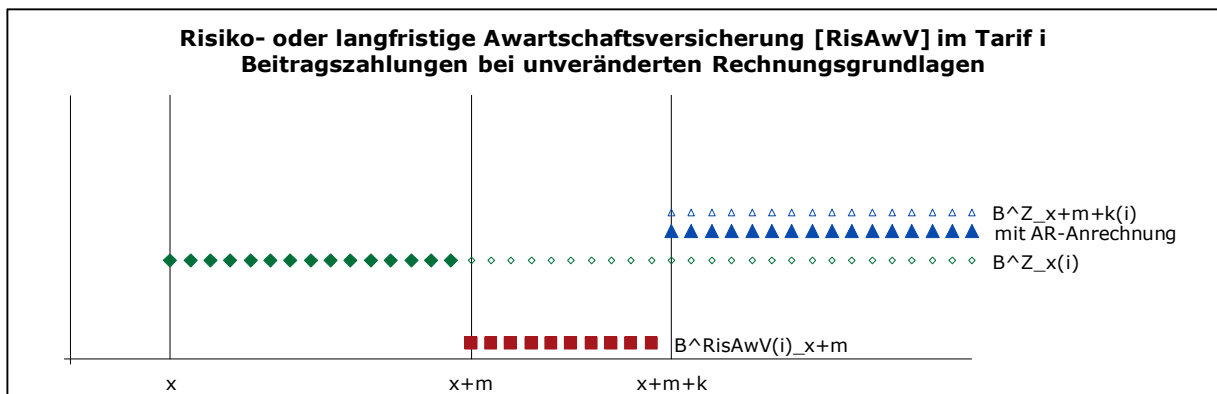
altersabhängiger Sicherheitszuschlag während der RisAwV

$${}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}$$

altersabhängiger Zuschlag während der RisAwV

altersunabhängiger Zuschlag zur Deckung der Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten ${}^{RisAwV}\alpha^u$, ${}^{RisAwV}\alpha^m$, ${}^{RisAwV}\rho$ und ${}^{RisAwV}\beta$ während der RisAwV

Systematischer Beitragsverlauf.



Beschreibung der Risiko-, langfristigen oder kleinen Anwartschaftsversicherung [RisAwV].

Während der RisAwV ist das aktuelle Krankheitsrisiko vorübergehend nicht versichert und wird keine zusätzliche Alterungsrückstellung aufgebaut, allerdings werden vorhandene Alterungsrückstellungen weitergeführt; der Zweck der RisAwV ist die Beibehaltung des ursprünglichen Gesundheitszustandes und Aufrechterhaltung der bereits angesparten Alterungsrückstellung (ohne Einfluss auf RisAwV-Prämie), so dass nach der Umstellung auf den ursprünglichen Versicherungsschutz der Beitrag zum dann erreichten

Alter abzüglich von Rabatten aus der vorhandenen Alterungsrückstellung zu entrichten ist (x : Eintrittsalter, $x+m$: Alter bei Übergang zur RisAwV, $x+m+k$: Alter bei Übergang aus RisAwV)

Herleitung.

- Zur Beibehaltung des ursprünglichen Gesundheitszustandes ist lediglich die Risikoverschlechterung abzusichern, d.h. dass bei der Umstellung auf den normalen Tarif keine weiteren Risikozuschläge zu entrichten sind. Demgemäß wird während der RisAwV eine Alterungsrückstellung aufgebaut, die sodann im normalen Tarif potentielle Risikozuschläge, sogenannte Risikoverschlechterungszuschläge $RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k}$ auf Grund einer eventuellen Risikoverschlechterung während der RisAwV-Zeit $x+m : x+m+k$ finanziert.
- Da Risikozuschläge i.d.R. monatsweise betrachtet werden, wird hier auch die monatliche Sicht gewählt.
- Die Risikoverschlechterung während der RisAwV-Zeit $x+m : x+m+k$ ist vom Eintrittsalter x unabhängig.
- Eine korrekte Bestimmung für die Risikoverschlechterung wäre, für ein festgelegtes Beispielkollektiv jedes Jahr aufs Neue Risikozuschläge unter Beachtung des jeweils dann aktuellen Gesundheitszustandes zu ermitteln und daraus die Risikoverschlechterungszuschläge abzuleiten, was allerdings in praxi auf Grund der fehlenden permanenten Gesundheitseinstufungen nicht möglich ist. Näherungsweise kann der Risikoverschlechterungszuschlag $RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k}$ an Hand der durchschnittlichen Risikozuschläge für das Neugeschäft je Einzelalter im Bestand festgelegt werden.
- Die Risikoverschlechterungszuschläge $RV\tilde{Z}$ sind rechnungsmäßige kollektive Werte – im Gegensatz zu den VP-individuell bemessenen Risikozuschlägen.
- Die RisAwV-Nettoprämie ${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k}$, die zum RisAwV-Beginnalter $x+m$ für die k Jahre währende RisAwV-Dauer entrichtet wird, hat den Zweck, die Alterungsrückstellung (netto) ${}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}$, ${}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k} = 12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m+k}$ aufzubauen, wobei das zwischenzeitliche Ausscheiden von Personen und die Diskontierung zu beachten sind. Mit ${}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}$ wird ab dem Alter $x+m+k$ der Risikoverschlechterungszuschlag $RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k}$ während der weiteren Kollektivzugehörigkeit finanziert.

- Gemäß Äquivalenzprinzip ist für die RisAwV-Nettoprämie ${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k}$, analog zu Formel (1:4, p. 7):

$$\underbrace{I_{x+m+k}}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu RisAwV-Ende}} \cdot \underbrace{v^k \cdot {}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}}_{\text{diskontierte AR zu RisAwV-Ende}} = \underbrace{I_{x+m}}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu RisAwV-Beginn}} \cdot \underbrace{{}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k}}_{\text{RisAwV-Prämie}} \cdot \underbrace{a_{x+m:x+m+k}}_{\text{abgekürzter Rentenbarwert}} \quad (1:7)$$

mit:

x ursprüngliches Eintrittsalter

$x+m$ Alter zu RisAwV-Beginn

$x+m+k$ Alter zu RisAwV-Ende

$a_{x:x+k}$,
 $a_{x:x+k} = \frac{N_x - N_{x+k}}{D_x}$ abgekürzter Rentenbarwert als einmalig zu zahlenden Betrag für x -Jährige zur Finanzierung einer Rente von 1 während der k -jährigen Zugehörigkeit zum Kollektiv

$$\Rightarrow {}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = \frac{I_{x+m+k} \cdot v^k}{I_{x+m} \cdot a_{x+m:x+m+k}} \cdot {}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}$$

- Erweiterung mit $\frac{v^{x+m}}{v^{x+m}}$:

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = \frac{I_{x+m+k} \cdot v^k \cdot v^{x+m}}{I_{x+m} \cdot v^{x+m} \cdot a_{x+m:x+m+k}} \cdot {}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}$$

- mit $D_\xi := I_\xi \cdot v^\xi$ und $a_{x+m:x+m+k} = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+k}}{D_{x+m}}$:

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = \frac{D_{x+m+k}}{D_{x+m} \cdot \frac{N_{x+m} - N_{x+m+k}}{D_{x+m}}} \cdot {}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}$$

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = \frac{D_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}} \cdot {}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}$$

- mit ${}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k} = 12 \cdot {}^{RVZ}\tilde{V}_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m+k}$:

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = \frac{D_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}} \cdot 12 \cdot {}^{RVZ}\tilde{V}_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m+k}$$

- mit $a_\xi = \frac{N_\xi}{D_\xi}$:

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = \frac{D_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}} \cdot 12 \cdot {}^{RVZ}\tilde{V}_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{N_{x+m+k}}{D_{x+m+k}}$$

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = \frac{N_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}} \cdot 12 \cdot {}^{RVZ}\tilde{V}_{x+m:x+m+k} \cdot$$

■

- Alternative Bestimmung zum Betrachtungsalter $x+m$:
 - Ab Alter $x+m+k$ ist $12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k}$ als jährlicher Auszahlung zu finanzieren. Der aufgeschobene Rentenbarwert $a_{x|x+k}$, $a_{x|x+k} = \frac{N_{x+k}}{D_x}$ gibt für x -Jährige den einmalig zu zahlenden Betrag an, der genügt, um nach k Jahren während der Zugehörigkeit zum Kollektiv jeweils eine Rente von 1 zu finanzieren: Zum Alter $x+m$ lautet demnach der Barwert (netto) $12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m|x+m+k}$ als Leistungsgröße mit aufgeschobenem Rentenbarwert $a_{x+m|x+m+k} = \frac{N_{x+m+k}}{D_{x+m}}$.
 - Dieser Barwert $12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m|x+m+k}$ zum Alter $x+m$ ist in k Jahren aufzubauen. Der abgekürzte Rentenbarwert $a_{x:x+k}$, $a_{x:x+k} = \frac{N_x - N_{x+k}}{D_x}$ gibt für x -Jährige denjenigen Barwert an, der daraus resultiert, wenn während der Zugehörigkeit zum Kollektiv für k Jahre jeweils der Betrag von 1 gezahlt wird. Zum Alter $x+m$ lautet demnach der Barwert ${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m:x+m+k}$ als Zahlungsgröße mit abgekürztem Rentenbarwert $a_{x+m:x+m+k} = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+k}}{D_{x+m}}$.
 - Aus der geforderten Übereinstimmung der beiden Barwerte $12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m|x+m+k}$ und ${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m:x+m+k}$ mit den entsprechenden Kommutationswertedarstellungen der Rentenbarwerten ist:

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m:x+m+k} = 12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot a_{x+m|x+m+k}$$

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{N_{x+m} - N_{x+m+k}}{D_{x+m}} = 12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{N_{x+m+k}}{D_{x+m}}$$

$${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = 12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{N_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}. \quad \blacksquare$$

Bruttoprämienkomponenten.

- Die (unnormierte) RisAwV-Jahresbruttoprämie ${}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}$,

$${}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k} = {}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} + {}^{RisAwV}\Gamma_{j/s} + {}^{RisAwV}\Delta_{j/s} \cdot {}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}$$

$${}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k} = \frac{{}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} + {}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{RisAwV}\Delta_{j/s}}$$

zum RisAwV-Beginnalter $x+m$ beim Eintrittsalter x für eine k Jahre lang dauernde RisAwV setzt sich zusammen aus:

- der (unnormierte jährlichen) RisAwV-Nettoprämie ${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k}$;

- den (unnormierten jährlichen altersunabhängigen) RisAwV-Stückkosten ${}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}$;
- dem (unnormierten jährlichen beitragsproportionalen) RisAwV-Zuschlag ${}^{RisAwV}\Delta_{j/s} \cdot {}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}$ an Hand ${}^{RisAwV}\Delta_{j/s}$.
- Die RisAwV-Zuschläge ${}^{RisAwV}\Delta_{j/s}$ (bestehend aus ${}^{RisAwV}\sigma$, ${}^{RisAwV}\Omega_{j/s}^{BT}$ und ${}^{RisAwV}\Omega_{j/s}^{ST}$) und ${}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}$ (bestehend aus ${}^{RisAwV}\alpha_{j/s}^u$, ${}^{RisAwV}\alpha^m$, ${}^{RisAwV}\rho$ und ${}^{RisAwV}\beta$) werden im Vergleich zu den entsprechenden üblichen Zuschlägen teilweise in geringerer Höhe angesetzt:
 - ein reduzierter Sicherheitszuschlag ${}^{RisAwV}\sigma$, da geringere Schwankungen in den übrigen Rechnungsgrundlagen auftreten;
 - kein Basistarif-Zuschlag ${}^{RisAwV}\Omega^{BT}$ (${}^{RisAwV}\Omega^{BT} = 0$);
 - der Standardtarif-Zuschlag ${}^{RisAwV}\Omega^{ST}$;
 - ein reduzierter Zuschlag ${}^{RisAwV}\alpha^m$ zur Deckung der mittelbaren Abschlusskosten, da diese geringer anfallen;
 - kein Zuschlag ${}^{RisAwV}\rho$ zur Finanzierung von Schadenregulierungskosten, da diese auf Grund der Nicht-Leistung nicht anfallen;
 - ein reduzierter Zuschlag ${}^{RisAwV}\beta$ zur Deckung der sonstigen Verwaltungskosten, da diese geringer anfallen.
 - Der Zuschlag ${}^{RisAwV}\alpha_{j/s}^u$ zur Deckung der unmittelbaren Abschlusskosten bleibt meist unverändert, da die unmittelbaren Abschlusskosten mit diesem Zuschlag nachgelagert finanziert werden.

Somit ist ${}^{RisAwV}\Gamma_{j/s} \leq \Gamma_{j/s}$ und ${}^{RisAwV}\Delta_{j/s} \leq \Delta_{j/s}$, i.d.R. ${}^{RisAwV}\Gamma_{j/s} < \Gamma_{j/s}$ und ${}^{RisAwV}\Delta_{j/s} < \Delta_{j/s}$.

$$\bullet \quad {}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k} = {}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} + {}^{RisAwV}\Gamma_{j/s} + {}^{RisAwV}\Delta_{j/s} \cdot {}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}$$

$$\Rightarrow \quad {}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k} = \frac{{}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} + {}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{RisAwV}\Delta_{j/s}} \quad \text{resp.}$$

$${}^{RisAwV}\tilde{B}_{x+m:x+m+k} = \frac{{}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} + {}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}}{12 \cdot (1 - {}^{RisAwV}\Delta_{j/s})} \quad \text{monatlich.}$$

Bemerkung.

- Die RisAwV-Jahresbruttoprämie ${}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}$ ist konstruktionsbedingt von den beiden Parametern $x+m$ und $x+m+k$ abhängig. Die Zweidimensionalität ist schwer zu verwalten, insbesondere vor dem Hintergrund, dass die RisAwV-Dauer meistens zu RisAwV-Beginn unbekannt ist.
- Es kann ein von $x+m+k$ unabhängiger durchschnittlicher Prozentsatz ${}^{RisAwV}pr_{x+m}$ zur geillmerten Nettoprämie ${}^ZP_{x+m}$ zum RisAwV-Beginnalter $x+m$ als AnspAwV-Beitrag festgelegt werden.

Dazu werden die Quotienten

$$\frac{{}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k}}{{}^ZP_{x+m}}$$

bezüglich des Parameters $x+m+k$ geeignet gewichtet, beispielsweise an Hand der VU-eigenen RisAwV-Bestände ${}^{RisAwV}L_{x+m:x+m+k}$:

$${}^{RisAwV}pr_{x+m} = \frac{\sum_k {}^{RisAwV}L_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{{}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k}}{{}^ZP_{x+m}}}{\sum_k {}^{RisAwV}L_{x+m:x+m+k}}.$$

Die RisAwV-Versicherten zum Alter $x+m$ haben sodann den Beitrag

$${}^{RisAwV}{}^ZB_{x+m} = \frac{{}^{RisAwV}pr_{x+m} \cdot {}^ZP_{x+m} + {}^{RisAwV}\Gamma_{j/s}}{1 - {}^{RisAwV}\Delta_{j/s}}$$

zu entrichten.

Als weitere Vereinfachung ist auch die Gewichtung an Hand der beiden Parameter $x+m$ und $x+m+k$ möglich.

- In praxi wird allerdings oftmals ein einheitlicher von $x+m$ und $x+m+k$ unabhängiger durchschnittlicher Prozentsatz ${}^{RisAwV}pr$ zur geillmerten Bruttoprämie ${}^ZB_{x+m}$ zum Eintrittsalter x als RisAwV-Beitrag festgelegt.

Dazu werden Quotienten

$$\frac{{}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}}{{}^ZB_{x+m}}$$

bestimmt, die bezüglich der beiden Parameter $x+m$ und $x+m+k$ geeignet gewichtet werden, beispielsweise an Hand der VU-eigenen RisAwV-Bestände ${}^{RisAwV}L_{x+m:x+m+k}$:

$${}^{RisAwV}pr = \frac{\sum_{x+m;k} {}^{RisAwV}L_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{{}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}}{ZB_{x+m}}}{\sum_{x+m;k} {}^{RisAwV}L_{x+m:x+m+k}}.$$

Für den Prozentsatz ${}^{RisAwV}pr$ ist alternativ der Maximalwert der Quotienten bezüglich der beiden Parameter $x+m$ und $x+m+k$ möglich, was durchaus wegen der Unsicherheit bei der Festlegung der Risikoverschlechterung angemessen ist:

$${}^{RisAwV}pr = \max \left\{ \frac{{}^{RisAwV}B_{x+m:x+m+k}}{ZB_{x+m}} \text{ für } x+m, x+m+k \right\}.$$

Die RisAwV-Versicherten haben sodann den Beitrag

$${}^{RisAwV}B_{x+m} = {}^{RisAwV}pr \cdot ZB_{x+m}$$

zu entrichten.

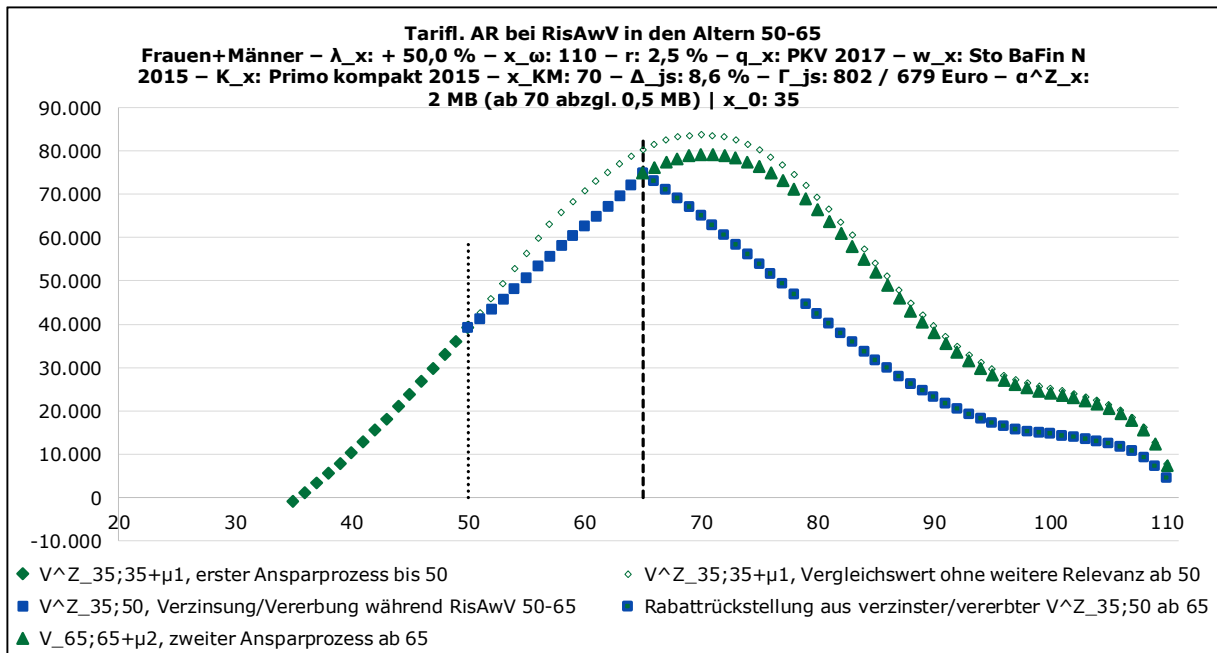
Diese beiden Variante hat den Vorteil, dass die RisAwV-Bruttoprämie leicht an Hand des bekannten Neugeschäftsbeitrags ermittelt werden kann.

- Die Prozentsätze ${}^{RisAwV}pr$ liegen bei ca. 2 bis 10 Prozent, je nach Schärfe der Risikoprüfung (d.h. Häufigkeit und Höhe der notwendigen Risikozuschläge zur Finanzierung desjenigen Überschadens, der nicht durch die Grundprämie abgedeckt ist).
- Teilweise wird für die RisAwV ein tarifabhängiger altersunabhängiger Absolutbeitrag erhoben.

Zahlenbeispiel zum Verlauf der tariflichen Alterungsrückstellung.

Neben der tariflichen Alterungsrückstellung gibt es noch die Alterungsrückstellung ${}^{RVZ}V_{x+m:x+m+k}$ bezüglich des Risikoverschlechterungszuschlags ${}^{RVZ}\tilde{Z}_{x+m:x+m+k}$ in der Auf- und Abbauphase (während RisAwV-Zeit und danach), diese RVZ-Alterungsrückstellung hier nicht berücksichtigt ist.

Substitutiver Vollversicherungstarif mit ambulantem Selbstbehalt von 30 Euro, stationären allgemeinen Krankenhausleistungen und Wahlleistungen sowie Zahnbehandlung und 80 Prozent Erstattung von Zahnersatz, 2,5 Prozent Rechnungszins, aktueller Ausscheideordnung und durchschnittlichen Kostenansätzen.



1.4 Optionsversicherung, Optionszuschlag.

Optionsnettoprämie.

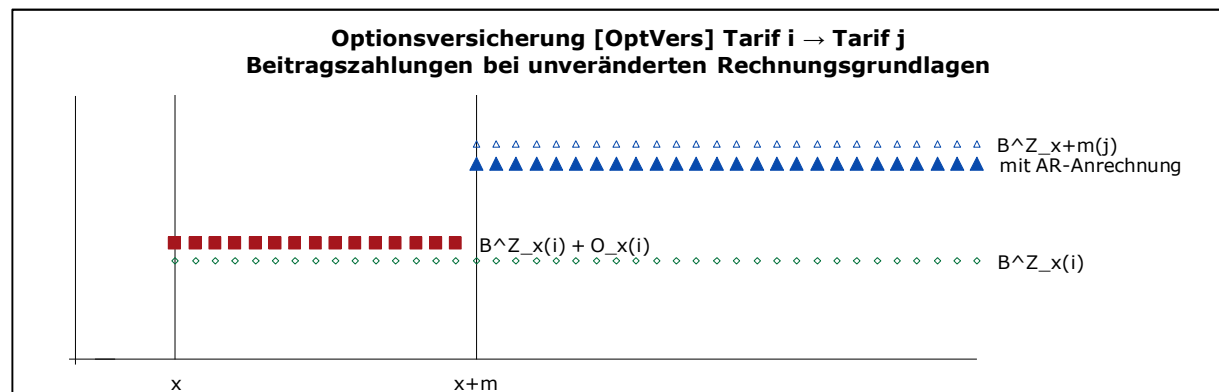
(1:8)

$${}^O(i;t)P_x(i) = \sum_t \sum_{\mu} \frac{D_{x+\mu}}{N_x - N_{x+\mu}} \cdot 12 \cdot \overset{\sim}{MLRVZ}_{x:x+\mu}(i;t) \cdot {}^{MLRVZ}f \cdot o_{x+\mu}(i;t) \cdot a_{x+\mu}(t)$$

	Optionsnettoprämie zum Alter x
$\overset{\sim}{MLRVZ}_{x:x+\mu}(i;t)$	monatlicher Mehrleistungs-Risikoverschlechterungszuschläge zwischen Tarif i und Zieltarif t
${}^{MLRVZ}f$	einheitlicher Trend für $\overset{\sim}{MLRVZ}_{x:x+\mu}(i;t)$ ($t = j_1, j_2, j_3, \dots$)
$o_{x+\mu}(i;t)$	Optionsausübewahrscheinlichkeiten zum Optionsausübepunkt μ vom Tarif i in Zieltarif t zum Optionsausübepalter $x+\mu$

O: Majuskel Omikron, o: Minuskel omikron

Systematischer Beitragsverlauf.



Beschreibung der Optionsversicherung [OptVers].

Während der Optionszeit besteht Versicherung mit vollem Leistungsanspruch in dem bestehenden Tarif i , hingegen ist beabsichtigt, zu einem späteren Zeitpunkt in einen höherwertigen Tarif j ohne Risikoprüfung zu wechseln, allerdings wird für den höherwertigen Zieltarif keine zusätzliche Alterungsrückstellung aufgebaut. Die Option besteht darin, bei einem Wechsel $i \rightarrow j$ in den Tarif j keine erneute Risikoprüfung zu durchlaufen, so dass für die Mehrleistung keine Risikozuschläge erhoben werden. Nach dem Wechsel ist der Beitrag des Tarifs j zum dann erreichten Alter abzüglich von Rabatten aus der vorhandenen Alterungsrückstellung zu entrichten. Es handelt sich hierbei im Prinzip um eine RisAwV auf die Leistungsdifferenz (x : Eintrittsalter, $x+m$: Alter bei Übergang zum Tarif j).

Herleitung.

- Um Ausnutzungstendenzen bei den Versicherten, nämlich Höherstufung bei Verschlechterung des Gesundheitszustandes, vorzubeugen, werden sowohl Wechselzeitpunkte μ , $\mu = m_1, m_2, m_3, \dots$ als auch mögliche Wechseltarife ι , $\iota = j_1, j_2, j_3, \dots$ mehr oder weniger restriktiv in den Versicherungsbedingungen festgelegt.
- Zur Beibehaltung des ursprünglichen Gesundheitszustandes – auch für die Mehrleistungen des Zieltarifs ι – ist lediglich die Risikoverschlechterung bezüglich des höheren Leistungsniveaus abzusichern, was im Kern der Risikoanwartschaftsversicherung lediglich für die Mehrleistung entspricht (dazu Abschnitt 1.3, p. 13). Demgemäß wird während der Optionszeit eine Alterungsrückstellung aufgebaut, die sodann im neuen Tarif ι potentielle Risikozuschläge für die Mehrleistung, sogenannte Mehrleistungs-Risikoverschlechterungszuschläge $MLRV\tilde{Z}_{x:x+\mu}(i; \iota)$ auf Grund einer eventuellen Risikoverschlechterung finanziert.
- Die Mehrleistungs-Risikoverschlechterungszuschläge $MLRV\tilde{Z}$ sind rechnermäßige kollektive Werte – im Gegensatz zu den VP-individuell bemessenen Risikozuschlägen.
- Eine korrekte Bestimmung für die Risikoverschlechterung wäre, für ein festgelegtes Beispielkollektiv jedes Jahr aufs Neue Risikozuschläge unter Beachtung des jeweils dann aktuellen Gesundheitszustandes zu ermitteln und daraus die Mehrleistungs-Risikoverschlechterungszuschläge abzuleiten, was allerdings in praxi auf Grund der fehlenden permanenten Gesundheitseinstufungen nicht möglich ist. Näherungsweise kann der Mehrleistungs-Risikoverschlechterungszuschlag $MLRV\tilde{Z}_{x:x+\mu}(i; \iota)$ an Hand der durchschnittlichen Risikozuschläge für das Neugeschäft je Einzelalter im Bestand der betrachteten Tarife festgelegt werden.
- Der Zuschlag $MLRV\tilde{Z}_{x:x+\mu}(i; \iota)$ bemisst sich am Beitragsabstand zwischen den beiden Tarifen i und ι .

Da der Zieltarif ι der Optionszeit eventuell angepasst wird, ohne dass die Optionsprämie ${}^oP_x(i)$ im Tarif i geändert werden kann, empfiehlt es sich, den Zuschlag $MLRV\tilde{Z}_{x:x+\mu}(i; \iota)$ jeweils mit einem für alle ι ($\iota = j_1, j_2, j_3, \dots$) einheitlichen Trend ${}^{MLRVZ}f$ zu versehen, beispielsweise in Höhe von 10 bis 15 Prozent, um so eventuelle Schieflagen auszugleichen.

- Für jede Wechselmöglichkeit $i \rightarrow \iota$ wird eine vom Optionsausübzeitpunkt μ abhängige Optionsausübewahrscheinlichkeiten $o_{x+\mu}(i; \iota)$ (Minuskel omikron) mit $\sum_{\mu} \sum_{\iota} o_{x+\mu}(i; \iota) \leq 1$ angesetzt. Da Optionen i.d.R. in

Krankheitskostentarife integriert sind, kann davon ausgegangen werden, dass nicht jeder Versicherte die Option zur Höherstufung ausübt, so dass die Summe $\sum_{\mu} \sum_{\iota} o_{x+\mu}(i; \iota)$ der Optionsausübewahrscheinlichkeiten $o_{x+\mu}(i; \iota)$ mit einem Wert kleiner als 1 festgelegt werden kann.

- In den Jahren der Optionszeit sind demnach die – von Optionsausübzeitpunkt μ und Zieltarife ι abhängigen – Alterungsrückstellungen ${}^{0(i; \iota)}V_{x; x+\mu}(i; \iota)$,

$${}^{0(i; \iota)}V_{x; x+\mu}(i; \iota) = 12 \cdot \text{MLRVZ}_{x; x+\mu}^{\sim}(i; \iota) \cdot \text{MLRVZ}f \cdot o_{x+\mu}(i; \iota) \cdot a_{x+\mu}(\iota)$$

zum Rentenbarwert $a_{x+\mu}(\iota)$ des jeweiligen Zieltarifs ι aufzubauen.

- Gemäß Äquivalenzprinzip der Formel (1:7, p, 15)

$$\underbrace{l_{x+\mu}(i)}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu Optionsende}} \cdot \underbrace{v(i)^{\mu} \cdot {}^{0(i; \iota)}V_{x; x+\mu}(i; \iota)}_{\text{diskontierte AR zu Optionsende}} = \underbrace{l_x(i)}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu Optionsbeginn}} \cdot \underbrace{{}^{0(i; \iota)}P_{x; x+\mu}(i; \iota)}_{\text{Optionsprämie}} \cdot \underbrace{a_{x; x+\mu}(i)}_{\text{abgekürzter Rentenbarwert}}$$

$$\Rightarrow {}^{0(i; \iota)}P_{x; x+\mu}(i; \iota) = \frac{l_{x+\mu}(i) \cdot v(i)^{\mu} \cdot {}^{0(i; \iota)}V_{x; x+\mu}(i; \iota)}{l_x(i) \cdot a_{x; x+\mu}(i)}$$

- mit $a_{x; x+\mu} = \frac{N_x - N_{x+\mu}}{D_x}$, Erweiterung mit $\frac{v^x}{v^x}$ und sodann $D_{\xi} := l_{\xi} \cdot v^{\xi}$, aus Gründen der Übersichtlichkeit unter Weglassung des Tarifindex i :

$${}^{0(i; \iota)}P_{x; x+\mu}(i; \iota) = \frac{l_{x+\mu} \cdot v(i)^{x+\mu} \cdot {}^{0(i; \iota)}V_{x; x+\mu}(i; \iota) \cdot D_x}{l_x \cdot v^x \cdot (N_x - N_{x+\mu})}$$

$${}^{0(i; \iota)}P_{x; x+\mu}(i; \iota) = \frac{D_{x+\mu} \cdot {}^{0(i; \iota)}V_{x; x+\mu}(i; \iota) \cdot D_x}{D_x \cdot (N_x - N_{x+\mu})}$$

$${}^{0(i; \iota)}P_{x; x+\mu}(i; \iota) = \frac{D_{x+\mu}}{N_x - N_{x+\mu}} \cdot {}^{0(i; \iota)}V_{x; x+\mu}(i; \iota)$$

$${}^{0(i; \iota)}P_{x; x+\mu}(i; \iota) = \frac{D_{x+\mu}}{N_x - N_{x+\mu}} \cdot 12 \cdot \text{MLRVZ}_{x; x+\mu}^{\sim}(i; \iota) \cdot \text{MLRVZ}f \cdot o_{x+\mu}(i; \iota) \cdot a_{x+\mu}(\iota)$$

- für alle Optionsmöglichkeiten $i \rightarrow \iota$ bezüglich der Wechselzeitpunkte μ , $\mu = m_1, m_2, m_3, \dots$ und der Wechseltarife ι , $\iota = j_1, j_2, j_3, \dots$:

$${}^0P_x(i) = \sum_{\iota=j_1, j_2, j_3, \dots} \sum_{\mu=m_1, m_2, m_3, \dots} {}^{0(i; \iota)}P_{x; x+\mu}(i; \iota)$$

$${}^0P_x(i) = \sum_{\iota} \sum_{\mu} \frac{D_{x+\mu}}{N_x - N_{x+\mu}} \cdot 12 \cdot \text{MLRVZ}_{x; x+\mu}^{\sim}(i; \iota) \cdot \text{MLRVZ}f \cdot o_{x+\mu}(i; \iota) \cdot a_{x+\mu}(\iota). \quad \blacksquare$$

Optionszuschlagskomponenten.

- Der Optionszuschlag $O_x(i)$ zum Alter x im Tarif i zum Wechsel in bestimmte Tarife zu bestimmten Zeitpunkten zusammen aus:
 - der (unnormierten jährlichen) Optionsprämie ${}^oP_x(i)$;
 - den (unnormierten jährlichen altersunabhängigen) Options-Stückkosten ${}^o\Gamma_{j/s}(i)$;
 - dem (unnormierten jährlichen beitragsproportionalen) Options-Zuschlag ${}^o\Delta_{j/s}(i) \cdot O_x(i)$ an Hand ${}^o\Delta_{j/s}(i)$.
- Die Optionszuschläge ${}^o\Delta_{j/s}(i)$, ${}^o\Delta_{j/s}(i) = {}^o\sigma(i) + \Omega_{j/s}(i)$ (zum Sicherheitszuschlag ${}^o\sigma(i)$) und ${}^o\Gamma_{j/s}(i)$ (bestehend aus ${}^o\alpha_{j/s}^u(i)$, ${}^o\alpha^m(i)$, ${}^o\rho(i)$ und ${}^o\beta(i)$ für die unmittelbaren und mittelbaren Abschluss-, Schadenregulierungs- und Verwaltungskosten) werden geeignet – in reduzierter Höhe – festgesetzt.
- $O_x(i) = {}^oP_x(i) + {}^o\Gamma_{j/s}(i) + {}^o\Delta_{j/s}(i) \cdot O_x(i)$

$$\Rightarrow O_x(i) = \frac{{}^oP_x(i) + {}^o\Gamma_{j/s}(i)}{1 - {}^o\Delta_{j/s}(i)} \quad \text{resp.} \quad \tilde{O}_x(i) = \frac{{}^oP_x(i) + {}^o\Gamma_{j/s}(i)}{12 \cdot (1 - {}^o\Delta_{j/s}(i))} \quad \text{monatlich.}$$

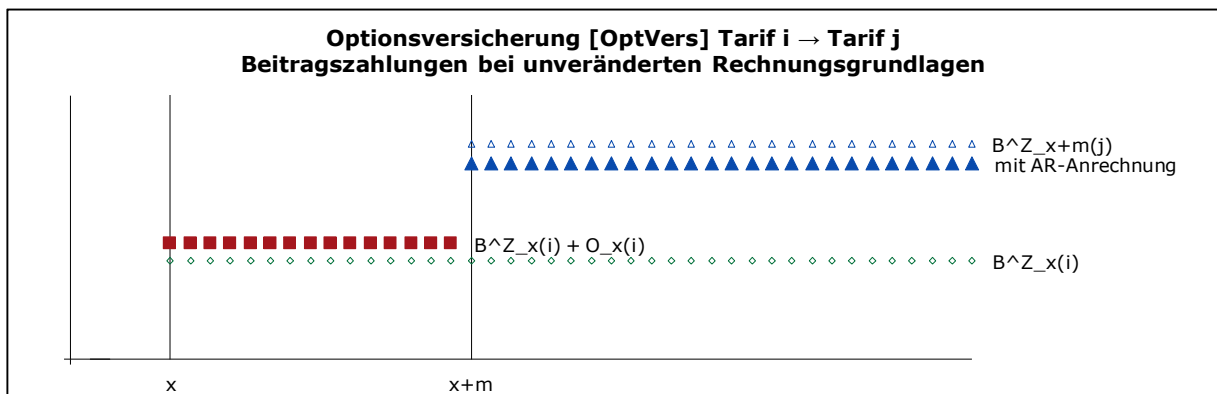
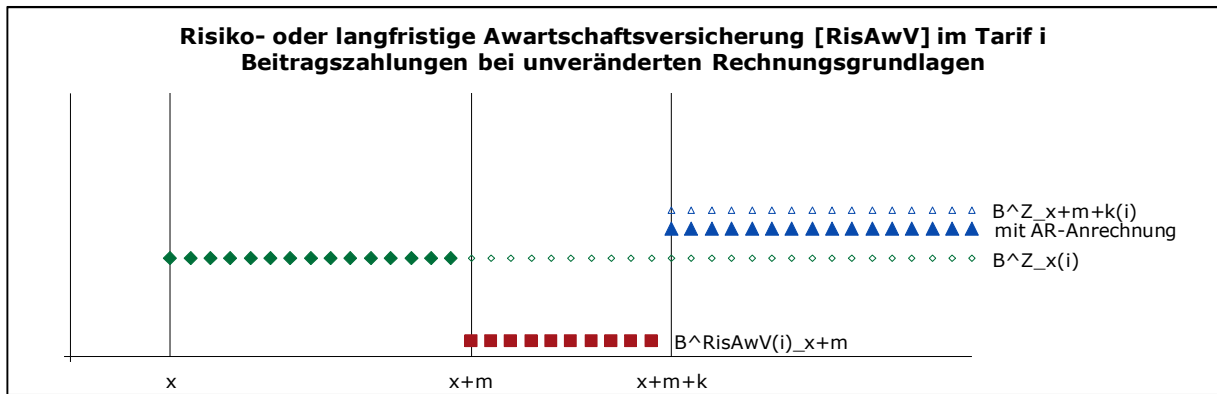
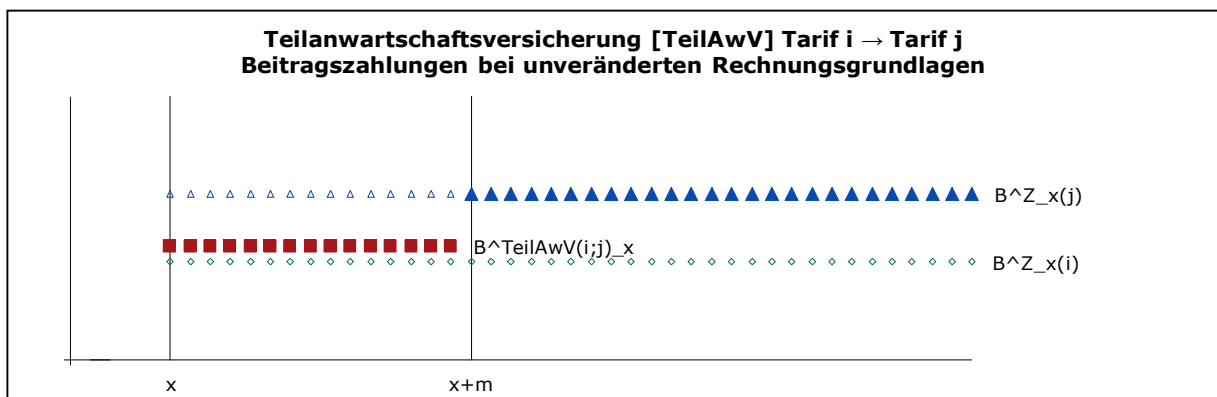
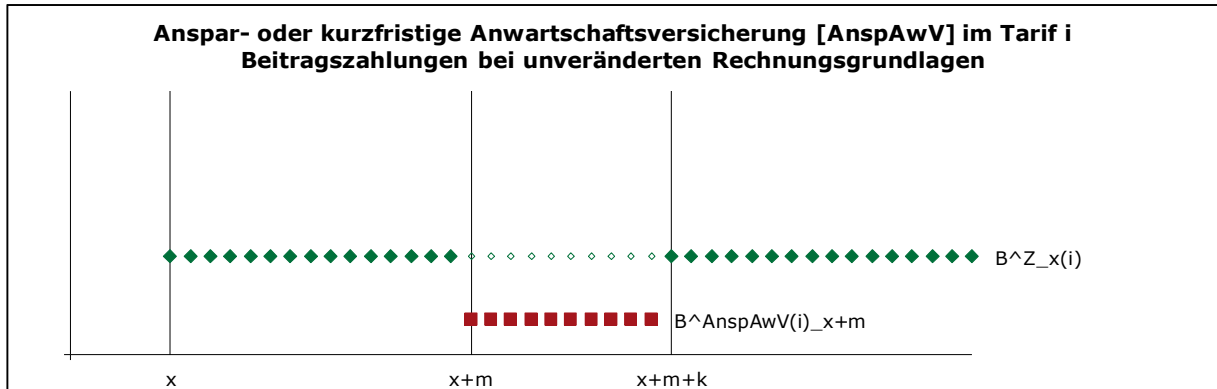
Bemerkung.

Wird die Option in einen Tarif i als fester Vertragsbestandteil integriert, setzt sich der tarifliche Beitrag ${}^oZB_x(i)$, ${}^oZB_x(i) = {}^ZB_x(i) + O_x(i)$ zum Alter x im Tarif i zusammen aus:

- der (unnormierten jährlichen) gezillmerten Jahresbruttoprämie ZB_x ,
- der (jährlichen) Optionsprämie $O_x(i)$.

1.5 Übersicht.

Beitragsverlauf.



AwV-/Opt-Darstellung.

AwV-/ Opt- Art	AwV-/ Opt- Beginn	AwV-/ Opt- Leistung	AwV-/Opt- AR-Aufbau Tarif	AwV-/ Opt- Zuschlag	AwV-/ Opt- Ende	Ziel- tarif	Beitrag im Zieltarif
AnspAwV	$x+m$	keine	Tarif i	—	$x+m+k$	Tarif i	${}^zB_x(i)$
TeilAwV	x	Tarif i	Tarif j	—	$x+m$	Tarif j	${}^zB_x(j)$
RisAwV	$x+m$	keine	—	RVZ 1)	$x+m+k$	Tarif i	${}^zB_{x+m+k}(i) *$
OptionsV	x	Tarif j	Tarif i	$MLRVZ$ 2)	$x+m$	Tarif j	${}^zB_{x+m}(j) *$

1 Risikoverschlechterungszuschlag

2 Mehrleistungs-Risikoverschlechterungszuschlag

*) abzüglich von Rabatten aus der vorhandenen Alterungsrückstellung

AwV-/Opt-Äquivalenzprinzip.

AwV- /Opt-Art	AwV-/Opt- Äquivalenzprinzip
AnspAwV	$\underbrace{l_{x+m+k}}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu AnspAwV-Ende}} \cdot \underbrace{v^k \cdot {}^zV_{x;x+m+k}}_{\text{diskontierte AR zu AnspAwV-Ende}} - \underbrace{l_{x+m}}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu AnspAwV-Beginn}} \cdot \underbrace{{}^zV_{x;x+m}}_{\text{AR zu AnspAwV-Beginn}}$ $= \underbrace{l_{x+m}}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu AnspAwV-Beginn}} \cdot \underbrace{{}^{\text{AnspAwV}}P_{x;x+m;x+m+k}}_{\text{AnspAwV-Prämie}} \cdot \underbrace{a_{x+m;x+m+k}}_{\text{abgekürzter Rentenbarwert}}$
TeilAwV	- entfällt -
RisAwV	$\underbrace{l_{x+m+k}}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu RisAwV-Ende}} \cdot \underbrace{v^k \cdot {}^{RVZ}V_{x+m;x+m+k}}_{\text{diskontierte AR zu RisAwV-Ende}} = \underbrace{l_{x+m}}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu RisAwV-Beginn}} \cdot \underbrace{{}^{\text{RisAwV}}P_{x+m;x+m+k}}_{\text{RisAwV-Prämie}} \cdot \underbrace{a_{x+m;x+m+k}}_{\text{abgekürzter Rentenbarwert}}$ <p>für ${}^{RVZ}V_{x+m;x+m+k} = 12 \cdot {}^{RVZ}Z_{x+m;x+m+k} \cdot a_{x+m+k}$</p>
OptionsV	${}^oP_x(i) = \sum_{t=j_1, j_2, j_3, \dots} \sum_{\mu=m_1, m_2, m_3, \dots} {}^{o(i;t)}P_{x;x+\mu}(i;t) \text{ mit}$ ${}^{o(i;t)}P_{x;x+\mu}(i;t) = \underbrace{l_{x+\mu}(i)}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu Optionsende}} \cdot \underbrace{v(i)^\mu \cdot {}^{o(i;t)}V_{x;x+\mu}(i;t)}_{\text{diskontierte AR zu Optionsende}} = \underbrace{l_x(i)}_{\text{Anzahl Rm-Lebende zu Optionsbeginn}} \cdot \underbrace{{}^{o(i;t)}P_{x;x+\mu}(i;t)}_{\text{Optionsprämie}} \cdot \underbrace{a_{x;x+\mu}(i)}_{\text{abgekürzter Rentenbarwert}}$ <p>für ${}^{o(i;t)}V_{x;x+\mu}(i;t) = 12 \cdot {}^{MLRVZ}Z_{x;x+\mu}(i;t) \cdot {}^{MLRVZ}f \cdot o_{x+\mu}(i;t) \cdot a_{x+\mu}(i)$</p>

AwV-/Opt-Nettoprämie.

AwV-/ Opt-Art	AwV-/Opt- Nettoprämie (jährlich)
AnspAwV	${}^{AnspAwV}P_{x;x+m:x+m+k} = {}^zP_x - G \cdot \frac{U_{x+m} - U_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}$
TeilAwV	- entfällt -
RisAwV	${}^{RisAwV}P_{x+m:x+m+k} = 12 \cdot RV\tilde{Z}_{x+m:x+m+k} \cdot \frac{N_{x+m+k}}{N_{x+m} - N_{x+m+k}}$
OptionsV	${}^oP_x(i) = \sum_t \sum_\mu \frac{D_{x+\mu}}{N_x - N_{x+\mu}} \cdot 12 \cdot MLRV\tilde{Z}_{x:x+\mu}(i;t) \cdot {}^{MLRVZ}f \cdot o_{x+\mu}(i;t) \cdot a_{x+\mu}(t)$

AwV-/Opt-Bruttoprämie.

AwV-/ Opt-Art	AwV-/Opt- Bruttoprämie (Beispiele, jährlich)
AnspAwV	${}^{AnspAwV}B_x = {}^{AnspAwV}pr \cdot {}^zB_x$
TeilAwV	${}^{TeilAwV}B_x(i;j) = [1 - {}^{AnspAwV}pr(i)] \cdot {}^zB_x(i) + {}^{AnspAwV}pr(j) \cdot {}^zB_x(j)$
RisAwV	${}^{RisAwV}B_{x+m} = {}^{RisAwV}pr \cdot {}^zB_{x+m}$
OptionsV	${}^o{}^zB_x(i) = {}^zB_x(i) + O_x(i) \text{ mit } O_x(i) = \frac{{}^oP_x(i) + {}^o\Gamma_{j/s}(i)}{1 - {}^o\Delta_{j/s}(i)}$