Mathematisches Institut
der Universität München

Ludwig-Maximilians-Universität München

Professor Dr. Günther Kraus
Mathematisches Institut, Theresienstraße 39, D–80333 München

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (Kraus)
Wintersemester 2005/06, Blatt 11

38. **Invertierbare Matrizen**

Sei K ein Körper, und es seien $a, b, c, d \in K$. Man zeige:

Die Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in K^{2\times 2}$ ist genau dann invertierbar, wenn gilt: $ad - bc \neq 0$.

(3 Punkte)

39. **Inverse Matrix und inhomogene lineare Gleichungssysteme.** Für $\lambda \in \mathbb{R}$ betrachte man

$$A_\lambda := \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

(a) Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist A_λ invertierbar? Man bestimme gegebenenfalls die inverse Matrix.

(b) Man bestimme Basen von $\mathbf{Ke}\hat{A}_\lambda$ und $\mathbf{Im}\hat{A}_\lambda$.

(c) Für welche $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ist das inhomogene lineare Gleichungssystem $A_\lambda x = \begin{pmatrix} \mu \\ \mu \\ \mu \end{pmatrix}$ lösbar? Bestimme jeweils den Lösungsraum.

(6 Punkte)

40. **Affine Unterräume.** Gegeben seien folgende Punkte im $\mathbb{R}^3$:

$$p_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad p_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(a) Man gebe einen 2-dimensionalen affinen Unterraum $X \subset \mathbb{R}^3$ an mit $p_i \in X$, $i = 0, 1, 2$.

0

Haus– und Postanschrift:
Theresienstraße 39
D–80333 München

Telefon: 0 89 / 2180 - 4402
Telefax: 0 89 / 280 52 48
Telex: 5 29 815 UNIVM D
email: kraus@rz.mathematik.uni-muenchen.de

Straßenbahn
Linie 27
Haltestelle Pinakothek

(b) Man zeige: X ist durch die Punkte p_0, p_1, p_2 eindeutig bestimmt in folgendem Sinne: Ist $X' \subset \mathbb{R}^3$ ein 2-dimensionaler affiner Unterraum mit $p_i \in X'$, $i = 0, 1, 2$, so gilt $X = X'$.

(c) Gibt es einen 1-dimensionalen affinen Unterraum $Y \subset \mathbb{R}^3$ an mit $p_i \in Y$, $i = 0, 1, 2$?

(d) Für beliebige Punkte $q_0, q_1, q_2 \in \mathbb{R}^3$ gebe man eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, daß diese Punkte einen eindeutig bestimmten 2-dimensionalen affinen Unterraum $Z \subset \mathbb{R}^3$ festlegen.

(5 Punkte)

41. **Affine Unterräume.** Es seien K ein Körper, V ein K-Vektorraum und $X_1, X_2 \subset V$ affine Unterräume. Man beweise oder widerlege:

(a) $X_1 \cap X_2$ ist affiner Unterraum von V.

(b) $X_1 \cup X_2$ ist genau dann affiner Unterraum von V, wenn $X_1 \subset X_2$ oder $X_2 \subset X_1$ gilt.

(4 Punkte)

Abgabe: Montag, 24.1.2006, 14.15 h, Übungskasten im 1. Stock des Mathematischen Instituts (bei der Bibliothek)