

Mathematisches Institut
der Universität München

Ludwig—**LMU**
Maximilians—
Universität—
München—

Professor Dr. Günther Kraus
Mathematisches Institut, Theresienstraße 39, D-80333 München

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (Kraus)
Wintersemester 2005/06, Blatt 9
Kurzblatt ohne Korrektur zur Vorbereitung auf die Klausur

31. **Permutationen** Sei S_3 die Menge der Permutationen von $\{1, 2, 3\}$ und $\sigma := (123) \in S_3$. Man zeige: Die Abbildung

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} : S_3 &\rightarrow S_3 \\ \tau &\mapsto \sigma\tau \end{aligned}$$

ist injektiv.

32. **Lösungsraum eines homogenen linearen Gleichungssystems:** Für $a \in \mathbb{R}$ und $A := \begin{pmatrix} 9 & 5 & a \\ a^2 & a^2 - 4 & 3 \\ -3a & -\frac{5}{3}a & -3 \end{pmatrix}$ sei $L(A)$ der Lösungsraum des homogenen linearen Gleichungssystems $Ax = 0$.

Man bestimme $\dim L(A)$ in Abhängigkeit von a . (Fallunterscheidung und Begründungen!)

33. **Lineare Abbildungen und Dimension:** Seien V, W endlich-dimensionale Vektorräume über einem Körper K . Man beweise oder widerlege:

- (a) Ist $f : V \rightarrow W$ ein Monomorphismus, so gilt $\dim V \leq \dim W$.
- (b) Jede lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ist ein Epimorphismus.

34. **Basisergänzungssatz/Dimensionsformel** Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sei bestimmt als $f = \hat{A}$ mit $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- (a) Man bestimme und skizziere die Bilder $f(e_i)$ der Basisvektoren $e_i, i = 1, 2, 3$.

0

Haus- und Postanschrift:
Theresienstraße 39
D-80333 München

Telefon: 0 89 / 2180 - 4402
Telefax: 0 89 / 280 52 48
Telex: 5 29 815 UNIVM D
email: kraus@rz.mathematik.uni-muenchen.de

Straßenbahn
Linie 27
Haltestelle Pinakothek

- (b) Man bestimme $U := \mathbf{K}ef \subset \mathbb{R}^3$, und zwar zeige man: $\dim U = 2$ und gebe eine Basis $\{u_1, u_2\}$ von U an.
- (c) Für welchen der Vektoren $e_i, i \in \{1, 2, 3\}$ ist $\{u_1, u_2, e_i\}$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$?

Abgabe: erfüllt.

Das Blatt soll aber in den Übungsstunden vorgerechnet und besprochen werden.