Mathematisches Institut
der Universität München

Ludwig-Maximilians-Universität München

Professor Dr. Günther Kraus
Mathematisches Institut, Theresienstraße 39, D–80333 München

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (Kraus)
Wintersemester 2005/06, Blatt 8

27. **Unterverktorräume.** Ist $U := \{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid x_1^2 + x_2^2 = 0\}$ ein Unterverktorraum von K^2 in den Fällen $K = \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_5$? Die Antworten sind zu begründen!

(4 Punkte)

28. **Vollständige Induktion und Linearität.** Es seien V, W Vektorräume und $f : V \to W$ eine lineare Abbildung. Man beweise durch vollständige Induktion für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$:

Für Vektoren $v_1, \ldots, v_n \in V$ und Koeffizienten $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \in K$ gilt:

$$f(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_n v_n) = \alpha_1 f(v_1) + \ldots + \alpha_n f(v_n)$$

(3 Punkte)

29. **Basis und lineare Abbildungen I.** Es seien V, W Vektorräume und $f, g : V \to W$ lineare Abbildungen. Ferner sei $B := \{v_1, \ldots, v_n\}$ eine Basis von V. Man zeige:

Gilt $f(v_i) = g(v_i)$ für $i = 1, \ldots, n$, so gilt $f = g$.

(2 Punkte)

30. **Basis und lineare Abbildungen II.** Es seien V, W Vektorräume und $f : V \to W$ eine lineare Abbildung. Ferner sei $B := \{v_1, \ldots, v_n\}$ eine Basis von V. Man zeige:

    (a) Ist f injektiv, so ist $f(B)$ eine Basis von $f(V)$.

    (b) Ist f surjektiv, so kann man aus $f(B)$ eine Basis von W auswählen.

(4 Punkte)

Haus– und Postanschrift:
Theresienstraße 39
D–80333 München

Telefon: 0 89 / 2180 - 4402
Telefax: 0 89 / 280 52 48
Telex: 5 29 815 UNIVM D
email: kraus@rz.mathematik.uni-muenchen.de

Straßenbahn
Linie 27
Haltestelle Pinakothek

31. **Lineare Abbildungen des $\mathbb{R}^3$.** Man beschreibe geometrisch die Abbildung

$$\hat{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Man benutze Aufgabe 29.

(3 Punkte)

Abgabe: Montag, 12.12.2005, 14.15 h, Übungskasten im 1. Stock des Mathematischen Instituts (bei der Bibliothek)