

Professor Dr. Günther Kraus
Mathematisches Institut, Theresienstraße 39, D-80333 München

**Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (Kraus)
Wintersemester 2005/06, Blatt 1**

1. Aufgabe aus einem chinesischen Mathematikbuch der Han-Periode:

- (a) Verkauft man 2 Rinder und 5 Schafe und kauft vom Erlös 13 Schweine, so bleiben 1000 Geldstücke übrig.
 - (b) Verkauft man 3 Rinder und 3 Schweine und kauft vom Erlös 9 Schafe, so reicht das Geld gerade.
 - (c) Verkauft man 6 Schafe und 8 Schweine und kauft vom Erlös 5 Rinder, so hat man 600 Geldstücke zuwenig.
- Was kostet ein Rind, ein Schwein, ein Schaf?

(4 Punkte)

2. Sei $\varphi \in [0, 2\pi[$, d.h., $\varphi \in \mathbb{R}$ und $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Sei A die 2×2 -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

(a) Durch Anwendung des Gauß-Algorithmus zeige man:

Für jede rechte Seite $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ ist das Gleichungssystem

$$Ax = b$$

eindeutig lösbar. Man gebe die Komponenten x_1 und x_2 des Lösungsvektors $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ als Funktionen von b_1 und b_2 an.

(b) Man bestimme eine 2×2 -Matrix $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, so daß für den Lösungsvektor $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ gilt:

$$Bb = x$$

(c) Können Sie diese Ergebnisse geometrisch interpretieren?

(6 Punkte)

0

Haus- und Postanschrift:
Theresienstraße 39
D-80333 München

Telefon: 0 89 / 2180 - 4402
Telefax: 0 89 / 280 52 48
Telex: 5 29 815 UNIVM D
email: kraus@rz.mathematik.uni-muenchen.de

Straßenbahn
Linie 27
Haltestelle Pinakothek

3. Man löse mittels des Gauß-Algorithmus das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 100 \\ 260 \\ -60 \\ 80 \end{pmatrix}$$

(5 Punkte)

4. Sei $A := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 12 & 7 \\ 1 & 10 & 6 \end{pmatrix}$. Für $t \in \mathbb{R}$ sei $b(t) := \begin{pmatrix} 12t \\ 12t + 7 \\ 7t + 8 \end{pmatrix}$.

Für welche Werte von t ist das Gleichungssystem

$$Ax = b(t)$$

lösbar?

Man gebe jeweils die Lösungen an.

(5 Punkte)

Abgabe: Montag, 24.10.2005, 14.15 h in der Vorlesung