

## Übungen zur Vorlesung Differential- und Integralrechnung I (NV)

49. Berechnen Sie mit Hilfe des Differentialquotienten (d.h. ohne Ableitungsregeln) die Ableitungen  $f'$  von

a)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2,$$

b)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^3,$$

c)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^{-2}.$$

6 Punkte

50. (Staatsexamen 1999) Zeigen Sie: Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x + e^x$  hat genau eine Nullstelle.

4 Punkte

51. (Staatsexamen 2001) Die Funktion  $f : ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  sei gegeben durch

$$f(x) = 2e^x - x, \quad x \in ]0, \infty[.$$

Zeigen Sie:

a)  $W_f := f(]0, \infty[) = ]2, \infty[.$

b)  $f$  besitzt eine differenzierbare Umkehrfunktion  $f^{-1}$  (nicht angeben).

c) Für alle  $x, y \in ]2, \infty[$ ,  $x \neq y$ , gilt:

$$|f^{-1}(x) - f^{-1}(y)| < |x - y|.$$

6 Punkte

52. (Staatsexamen 2005) Sei

$$f : ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^{\frac{1}{x}}.$$

Beweisen Sie, dass  $f$  im Intervall  $]1, \infty[$  mit einer einzigen Ausnahme jeden Funktionswert zweimal annimmt, und bestimmen Sie auch die Ausnahmestelle.

Hinweis: Diskutieren Sie – soweit nötig – den Funktionsverlauf von  $f$ . 5 Punkte

**Abgabe** bis Mittwoch, den 31. Januar 2007, 11<sup>15</sup> Uhr (Kästen vor der Bibliothek oder in der Vorlesung).

**Übungen** Alexander Böhm, Mittwoch 13<sup>00</sup> Uhr, B040,  
Volker Wittmann, Mittwoch 16<sup>15</sup> Uhr, B004,  
Daniel Bembé, Freitag 9<sup>15</sup> Uhr, B004,  
Sprechstunden jeweils nach den Übungen,  
Sprechstunde Prof. Kraus Mittwoch und Freitag 13<sup>15</sup> Uhr, 401.

**Die zweite Klausur** findet am Freitag, den 09.02.2007, 11<sup>00</sup> – 13<sup>00</sup> Uhr im Hörsaal **B004** statt.

Der Klausurstoff umfaßt einschließlich die Vorlesung am Freitag, den 02.02..