

## Übungen zur Vorlesung Differential- und Integralrechnung I (NV)

41. Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{e^{x+1}}{e^x + 1}.$$

- Zeigen Sie, dass  $f$  streng monoton wächst,
- berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  und bestimmen Sie den Wertebereich  $W$  von  $f$ .
- Warum ist  $f$  umkehrbar? Geben Sie die Umkehrfunktion explizit an.

6 Punkte

42. Gegeben sei die Funktion  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \ln \frac{x+4}{4x-1} + \ln \frac{x+2}{3x} + \ln 3.$$

- Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge  $D$  von  $f$ ,
- untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  am Rand von  $D$  und
- bestimmen Sie alle Nullstellen von  $f$ .

7 Punkte

43. Zeigen Sie:

- Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0,$$

- 

$$\lim_{x \searrow 0} x \ln x = 0.$$

4 Punkte

44. Zeigen Sie:

- 

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0,$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x} = 1.$$

(Verwenden Sie auch hier  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = \infty$ )

4 Punkte

**Abgabe** bis Mittwoch, den 17. Januar 2007, 11<sup>15</sup> Uhr (Kästen vor der Bibliothek oder in der Vorlesung).

**Übungen** Alexander Böhm, Mittwoch 13<sup>00</sup> Uhr, B040,  
Volker Wittmann, Mittwoch 16<sup>15</sup> Uhr, B004,  
Daniel Bembé, Freitag 9<sup>15</sup> Uhr, B004,  
Sprechstunden jeweils nach den Übungen,  
Sprechstunde Prof. Kraus Mittwoch und Freitag 13<sup>15</sup> Uhr, 401.