

Übungen zur Vorlesung Differential- und Integralrechnung I (NV)

25. a) Gegeben sei eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, deren Graph mit G_f bezeichnet wird, sowie reelle Zahlen $c \in \mathbb{R}$ und $\lambda \in \mathbb{R}_+$.
- Für $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x + c$ bestimme man die Funktionen $f \circ g$ und $g \circ f$ und erläutere, wie deren Graphen aus G_f geometrisch hervorgehen.
 - Für $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto -x$ bestimme man die Funktionen $f \circ h$ und $h \circ f$ und erläutere, wie deren Graphen aus G_f geometrisch hervorgehen.
 - Für $i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \lambda x$ bestimme man die Funktionen $f \circ i$ und $i \circ f$ und erläutere, wie deren Graphen aus G_f geometrisch hervorgehen.
- b) Seien nun $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2 - 2x$, $c := 1$ und $\lambda := 2$. Man skizziere G_f , sowie alle 6 weiteren oben erwähnten Graphen (Schemaskizzen ohne genauen Maßstab reichen aus).

7 Punkte

26. Berechnen Sie bis auf 2 Stellen nach dem Komma die b -adische Darstellung von $\frac{4}{3}$ (d.h. berechnen Sie für $\frac{4}{3} = \sum_{k=-k_0}^{\infty} a_k b^{-k}$ die ersten 3 Glieder der Folge $(a_k)_{k \geq -k_0}$ für
- $b = 5$,
 - $b = 3$,
 - $b = 2$.
- d) Und berechnen Sie für $b = 2$ auch alle weiteren Nachkommastellen.

6 Punkte

27. Berechnen Sie in \mathbb{C}

- $(1 + i)^{-1}, (1 + i)^2, (1 + i)^4, (1 + i)^{2006}$,
- alle 3 Lösungen der Gleichung

$$x^3 = 1.$$

5 Punkte

28. a) Zeigen Sie: \mathbb{Q}^2 , d.h. die Menge alle Paare $\{(a, b) | a, b \in \mathbb{Q}\}$, ist abzählbar.

b) Zeigen Sie durch vollständige Induktion: Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist \mathbb{Q}^n abzählbar.

3 Punkte

...Und für alle, die immer noch nicht genug haben: Die Menge aller Teilmengen von \mathbb{N} ist überabzählbar...

0 Punkte

Abgabe bis Mittwoch, den 13. Dezember 2006, 11¹⁵ Uhr (Kästen vor der Bibliothek oder in der Vorlesung).

Übungen Alexander Böhm, Mittwoch 13⁰⁰ Uhr, B040,
Volker Wittmann, Mittwoch 16¹⁵ Uhr, B004,
Daniel Bembé, Freitag 9¹⁵ Uhr, B004,
Sprechstunden jeweils nach den Übungen,
Sprechstunde Prof. Kraus Mittwoch und Freitag 13¹⁵ Uhr, 401.

Die erste Klausur findet am Freitag, den 22.12.2006, 11⁰⁰ – 13⁰⁰ Uhr im Hörsaal **B004** statt.

Erlaubte Hilfsmittel: Wie beim bayerischen Abitur (insbesondere keine Skripten und Lehrbücher).