Mathematisches Institut
der Universität München

Ludwig-Maximilians-Universität München LMU

Professor Dr. Günther Kraus
Mathematisches Institut, Theresienstraße 39, D–80333 München

Übungen zur Vorlesung
Differential- und Integralrechnung I (Kraus)
Wintersemester 2006/07, Blatt 1

1. Man beweise durch vollständige Induktion:

   Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

   (a)
   $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

   (b)
   $$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

   (c)
   $$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{n-k} k^2 = \sum_{k=1}^{n} k$$

   (6 Punkte)

2. Man berechne die folgenden Terme für kleine Werte von n, ermittle eine Formel für die Produktausdrücke und beweise die Formel durch vollständige Induktion:

   (a)
   $$\prod_{k=1}^{n} (1 + \frac{1}{k}) \qquad (n \in \mathbb{N})$$

   (b)
   $$\prod_{k=2}^{n} (1 - \frac{1}{k^2}) \qquad (n \geq 2)$$

   (6 Punkte)

3. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, daß beim Lotto „6 aus 49“ die sechs gezogenen Zahlen

   (a) alle gerade,

   (b) alle ungerade

   sind. (6 Punkte)

0

Haus– und Postanschrift:
Theresienstraße 39
D–80333 München

Telefon: 0 89 / 2180 - 4402
Telefax: 0 89 / 280 52 48
Telex: 5 29 815 UNIVM D
email: kraus@rz.mathematik.uni-muenchen.de

Straßenbahn
Linie 27
Haltestelle Pinakothek

4. Man beweise für alle $n \in \mathbb{N}$ durch vollständige Induktion:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$$

(3 Punkte)

Abgabe: Mittwoch, 25.10.2006, 11.15 h, gekennzeichneter Übungskasten vor der Bibliothek (oder in der Vorlesung)