

Sommersemester 2019

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 10

Prof. Dr. K. Panagiotou/S. Reisser

Die Aufgaben werden in der Übung am 1.7. besprochen.

Aufgabe 1

Sei G ein Graph mit n Knoten und $\lfloor n^2/4 \rfloor + 1$ Kanten. Zeigen Sie (beispielsweise mit Induktion), dass G mindestens $\lfloor n/2 \rfloor$ Dreiecke enthält.

Aufgabe 2

Sei G ein nicht-bipartiter Graph mit n Knoten und mehr als $(n-1)^2/4 + 1$ Kanten. Zeigen Sie: G enthält ein Dreieck.

Hinweis: G hat ungerade Kreise!

Aufgabe 3

Seien $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}^2$ mit $\max_{i < j} \|x_i - x_j\| \leq 1$. Zeigen Sie: es gibt höchstens $\lfloor n^2/3 \rfloor$ Paare $1 \leq i < j \leq n$ mit $\|x_i - x_j\| > 1/\sqrt{2}$.

Hinweis: zeigen Sie, dass ein bestimmter Graph K_4 -frei ist.

Aufgabe 4

Sei G ein Graph. Zeigen Sie: G enthält einen bipartiten Teilgraph mit $\geq e(G)/2$ Kanten.

Aufgabe 5

Sei $n \in \mathbb{N}, p \in [0, 1]$. Sei D der Graph des Knotens $v \in [n]$ im $G_{n,p}$. Bestimmen Sie die Verteilung von D und daraus $\mathbb{E}[D]$ und $\text{Var}[D]$.

Aufgabe 6

Sei $n \in \mathbb{N}, p \in [0, 1]$, und seien A, B disjunkte Teilmengen von $[n]$. Sei E die Anzahl Kanten im $G_{n,p}$ mit einem Endpunkt in A und einem Endpunkt in B . Bestimmen Sie die Verteilung von E und daraus $\mathbb{E}[E]$ und $\text{Var}[E]$.