

Sommersemester 2019

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 9

Prof. Dr. K. Panagiotou/S. Reisser

Die Aufgaben werden in der Übung am 24.6. besprochen.

Aufgabe 1

Sei G ein dreiecksfreier Graph mit $\chi(G) = k$. Zeigen Sie: der Graph G' , den man aus G mittels der Mycielski Konstruktion erhält, ist ebenfalls dreiecksfrei und hat $\chi(G') = k + 1$.

Aufgabe 2

Sei $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Bestimmen Sie:

1. Die Anzahl der perfekten Matchings vom K_n .
2. Die Anzahl der perfekten Matchings vom K_n , die Kante $\{1, 2\}$ enthalten.
3. Die Anzahl der perfekten Matchings vom K_n , die Kante $\{1, 2\}$ nicht enthalten.

Aufgabe 3

Sei $n \in \mathbb{N}$ und sei G_n der Graph mit Knotenmenge $\{a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n\}$ und Kanten $a_i a_{i+1}, b_i b_{i+1}$ ($1 \leq i \leq n - 1$) und $a_i b_i$ ($1 \leq i \leq n$). Bestimmen Sie die Anzahl der perfekten Matchings von G_n .

Aufgabe 4

Sei $G = (A \cup B, E)$ ein zusammenhängender bipartiter Graph, so dass für alle $ab \in E$ mit $a \in A, b \in B$ gilt, dass $d_G(a) \geq d_G(b)$. Zeigen Sie: es gibt ein Matching M in G mit $|M| = |A|$.

Aufgabe 5

Was ist die maximale Anzahl an Springern, die auf einem Schachbrett platziert werden können, sodass sich keine zwei davon bedrohen? (Für die Schachregeln, falls notwendig, konsultieren Sie wikipedia.)

Aufgabe 6

Bestimmen Sie ohne Hilfe von Vizing's Theorem $\chi'(K_n)$.

Aufgabe 7

Sei G ein 3-regulär Graph, der als Teilgraphen einen Kreis hat, der alle Knoten von G enthält. Bestimmen Sie $\chi'(G)$.