

Sommersemester 2019

## Diskrete Mathematik

### Übungsblatt 7

Prof. Dr. K. Panagiotou/S. Reisser

Die Übung am 10.6. und die Vorlesung am nächsten Tag fallen aus (Pfingsten). Die Lösungen zu den Aufgaben werden am 10.6. auf der Internetseite zur Verfügung gestellt.

#### Aufgabe 1

Ein Graph heisst *kubisch*, wenn alle Knoten Grad drei haben.

- Für welche  $k \in \mathbb{N}$  gibt es einen kubischen Graphen mit  $\kappa(G) = k$ ? Konstruieren Sie für solche  $k$  jeweils einen kubischen Graphen mit  $\kappa(G) = k$ .
- Sei  $G$  ein kubischer Graph. Zeigen Sie, dass  $\kappa(G) = \lambda(G)$ .

#### Aufgabe 2

Bestimmen Sie den Knotenzusammenhang vom Hyperwürfel  $Q_d, d \in \mathbb{N}$ . (Siehe auch A2 in Blatt 5.)

#### Aufgabe 3

Sei  $k \geq 2$  und  $G$  ein  $k$ -zusammenhängender Graph mit  $\geq 2k$  Knoten. Zeigen Sie, dass  $G$  einen Kreis mit mindestens  $2k$  Knoten enthält.

#### Aufgabe 4

Sei  $G$  2-zusammenhängend,  $v(G) > 3$  und  $e \in E(G)$ . Zeigen Sie, dass  $G \setminus e$  oder  $G/e$  2-zusammenhängend ist.

#### Aufgabe 5

Ein Graph  $G = (V, E)$  heisst *bipartit*, falls  $V$  in zwei Mengen  $A, B$  partitioniert werden kann, so dass  $E \cap \binom{A}{2}, E \cap \binom{B}{2} = \emptyset$ . Überlegen Sie sich, dass

$$G \text{ bipartit} \Leftrightarrow G \text{ hat keine ungeraden Kreise als Teilgraphen.}$$

Sei  $G$  nicht-bipartit und 3-zusammenhängend. Zeigen Sie:

- $G$  enthält einen ungeraden Kreis  $C$  mit  $v(C) < v(G)$ .
- $G$  enthält mindestens vier ungerade Kreise.

#### Aufgabe 6

Beweisen Sie die Kanten-Version des Satzes von Menger. *Hinweis: Konstruieren Sie einen Graph, auf dem Sie die Knoten-Version anwenden können.*