Sommersemester 2016

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 12

Prof. K. Panagiotou/K. Matzke

Die Aufgaben werden in der Übung am 08.07. besprochen.

Aufgabe 1

Sei $k \geq 2$. Bestimmen Sie die Schwellenwertfunktion für die Eigenschaft, dass $\delta(G_{n,p}) \geq k$.

Aufgabe 2

Sei X die Anzahl der C_4's im $G_{n,p}$, wobei $p = c/n$, $c > 0$. Benutzen Sie Janson's Ungleichungen um

$$\lim_{n\to\infty} P(X = 0), \quad \lim_{n\to\infty} P(X = 1)$$

zu bestimmen.

Aufgabe 3

Seien $X_1, \ldots, X_N$ Indikatorzufallsvariablen und sei $X = \sum_{1\leq i\leq N} X_i$. Zeigen Sie, dass für $k \in \mathbb{N}$

$$X^{\underline{k}} = k! \cdot \sum_{1\leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq N} \prod_{j=1}^{k} X_{i_j}.$$

Aufgabe 4

Sei $p = \frac{\log n}{n}$ und C_1 die Anzahl der isolierten Knoten im $G_{n,p}$. Bestimmen Sie für $k \in \mathbb{N}$

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}[C_1^{\underline{k}}].$$

Bonus: Berechnen Sie damit $\lim_{n\to\infty} P(C_1 = 0)$.