Sommersemester 2016

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 4

Prof. K. Panagiotou/K. Matzke

Die Aufgaben werden in der Übung am 13.05. besprochen.

Aufgabe 1

Sei $y_0 = 1, y_1 = 2$ und für $n \geq 2$

$$y_n = 4y_{n-1} + 3y_{n-2}.$$

Berechnen Sie eine geschlossene Form für y_n.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass $F_n = \lfloor \frac{\varphi^n}{\sqrt{5}} + \frac{1}{2} \rfloor$.

Aufgabe 3

Sei $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie die Identitäten

$$x^{\overline{n}} = \sum_k \overline{S}_{n,k} x^k, \quad x^n = \sum_k S_{n,k} (-1)^{n-k} x^{\overline{k}}, \quad x^{\underline{n}} = \sum_k \overline{S}_{n,k} (-1)^{n-k} x^k.$$

Aufgabe 4

Berechnen Sie die 1000te Nachkommastelle in der Dezimaldarstellung von $(1+\sqrt{2})^{10000000}/\sqrt{2}$.
Hinweis: denken Sie an $\phi^n - \hat{\phi}^n$.

Aufgabe 5

Sei $g_0 = 1, g_1 = 2$ und für $n \geq 2$

$$g_n = g_{n-1} g_{n-2}.$$

Berechnen Sie eine geschlossene Form für g_n.

Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass $\overline{S}_{n,2} = (n-1)! H_{n-1}$.

Aufgabe 7

Sei $0 < \epsilon < 1, c > 1$. Ordnen Sie folgende Funktionen nach ihrem asymptotischen Wachstum:

$$e^{\epsilon\sqrt{\log n}}, c^{c^n}, (\log n)^{\log n}, n^{2n+\sqrt{n}}, (\log n)^{\epsilon n}, n^c, 2^n, \log n, n^n, n!$$

Aufgabe 8

Zeigen oder widerlegen Sie für $n \to \infty$:

- $\frac{1}{1+o(1)} = 1 + o(1)$.
- $e^{o(1)} = 1 + o(1)$.
- $1 + 2/n + O(n^{-2}) = (1 + 2/n)(1 + O(n^{-2}))$.
- $e^{(1+O(1/n))^2} = e + O(1/n)$.
- $(n + 2 + O(n^{-1}))^n = e^2 n^n + O(n^{n-1})$.