

Sommersemester 2016

## Diskrete Mathematik

### Übungsblatt 3

Prof. K. Panagiotou/K. Matzke

Die Aufgaben werden in der Übung am 06.05. besprochen.

#### Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass

$$\sum_{1 \leq k \leq n} H_k^2 = (n+1)H_n^2 - (2n+1)H_n + 2n.$$

*Hinweis: Betrachten Sie zunächst  $\sum_{j \leq k \leq n} H_k$ .*

#### Aufgabe 2

Sei  $n, m \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k \leq m} k S_{n+k, k} = S_{n+m+1, m}.$$

*Hinweis: Eine ähnliche Identität haben wir schon für Binomialkoeffizienten bewiesen.*

#### Aufgabe 3

Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Berechnen Sie  $S_{n,3}$ .

#### Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass  $B_n = 0$  für ungerades  $n \geq 3$ . Betrachten Sie dazu die Folge  $(-1)^n B_n$ .

#### Aufgabe 5

Berechnen Sie für  $n \in \mathbb{N}_0$  und  $s \in \mathbb{R}$

$$\sum_k k \binom{n}{k} \binom{s}{k}.$$

#### Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass für  $r \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$

$$\binom{r}{k} \binom{r-1/2}{k} = \binom{2r}{2k} \binom{2k}{k} 4^{-k}.$$

Folgern Sie, dass  $\binom{-1/2}{n} = \binom{2n}{n} (-4)^{-n}$  für  $n \in \mathbb{N}$ .