

Sommersemester 2016

Diskrete Mathematik

Übungsblatt 2

Prof. K. Panagiotou/K. Matzke

Die Aufgaben werden in der Übung am 29.04. besprochen.

Aufgabe 1

Berechnen Sie mit partieller Summation

$$\sum_{1 \leq k \leq n} \frac{2k+1}{k(k+1)}.$$

Aufgabe 2

- Sei $m \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie, dass $x^{\overline{m}} = (-1)^m (-x)^{\underline{m}}$.
- Seien $n, m \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass $x^{\overline{n+m}} = x^{\underline{n}} (x-n)^{\overline{m}}$.

Aufgabe 3

Sei $m \in \mathbb{Z}$. Berechnen Sie

$$\sum_{0 \leq k < n} k^m H_k.$$

Aufgabe 4

Für $k \in \mathbb{N}$ sei

$$\zeta(k) = \sum_{j \geq 1} j^{-k}.$$

Berechnen Sie $\sum_{k \geq 2} (\zeta(k) - 1)$.

Aufgabe 5

- Seien $r \in \mathbb{R}, m, k \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass $\binom{r}{m} \binom{m}{k} = \binom{r}{k} \binom{r-k}{m-k}$.
- Sei $n \geq m \geq 0$ und $0 \leq k \leq m$. Zeigen Sie:

$$\sum_{0 \leq k \leq m} \binom{m}{k} \binom{n}{k}^{-1} = \frac{n+1}{n+1-m}$$

Hinweis: Benutzen Sie die erste Aussage um den Summanden so umzuformen, dass der Nenner nicht von k abhängt.