Zentralübung

1. Geben Sie die affine Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ an, die eine Drehung um den Winkel $\varphi = 90°$ mit Drehzentrum $z = (2,0)^T$ beschreibt.

2. Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ A' = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix},\ B' = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix},\ C' = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

   Ortsvektoren von Punkten in $\mathbb{R}^2$. Gegeben seien die Dreiecke Δ mit den Ecken A, B und C sowie Δ' mit den Ecken A', B' und C'.

   a) Bestimmen Sie die Seitenlängen der beiden Dreiecke.
   b) Zeigen Sie, dass eine Bewegung f des $\mathbb{R}^2$, die das Dreieck Δ auf das Dreieck Δ' abbildet, notwendig $f(A) = A'$, $f(B) = C'$ und $f(C) = B'$ erfüllt.
   c) Zeigen Sie, dass es genau eine Bewegung f des $\mathbb{R}^2$ gibt, die das Dreieck Δ auf das Dreieck Δ' überführt, indem Sie f konkret angeben.

3. Gegeben sei die affine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, für die

$$f\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \qquad , f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad , f\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

   gilt. Geben Sie f explizit an und zeigen Sie, dass f eine Drehung um das Drehzentrum $z \in \mathbb{R}^2$ mit Drehwinkel α ist. Geben Sie z und α explizit an.