MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. D. Rost

SoSe 2015
Blatt 3
08.05.2015

Übungsblatt zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II (Unterrichtsfach)“

1. *Staatsexamensaufgabe Frühjahr 2012* 2.33 Sei A eine invertierbare reelle $n \times n$–Matrix mit $A^{-1} = A$. Die $n \times n$–Einheitsmatrix wird mit E_n bezeichnet. Zeigen Sie:

   a) Ist λ ein Eigenwert von A, so ist $\lambda = 1$ oder $\lambda = -1$.

   b) $(A + E_n) \cdot (A - E_n) = 0$.

   c) Ist 1 kein Eigenwert von A, so ist $A = -E_n$. Ist -1 kein Eigenwert von A, so ist $A = E_n$.

2. *Staatsexamensaufgabe Herbst 2003* 2.2 (OHNE TEIL d) Betrachten Sie die reelle 3×3–Matrix
$$B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

   a) Berechnen Sie die Determinante von B.

   b) Bestimmen Sie alle Eigenwerte von B.

   c) Ermitteln Sie alle Eigenräume von B, indem Sie für jeden Eigenraum eine Basis angeben.

3. *Staatsexamen Frühjahr 2006* 2.31 Es sei $s \in \mathbb{R}$ und $A_s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & s \\ s & 1 & 2 \\ 2 & s & 1 \end{pmatrix}$.

   a) Zeigen Sie, dass $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor von A_s ist und berechnen Sie den zugehörigen Eigenwert λ_s. Für welche s ist $\lambda_s = 0$?

   b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $s \in \mathbb{R}$ den Rang von A_s.

   c) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $s \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $A_s \cdot x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. 1 Tut 4/Aufgabe 15 Man bestimme alle Eigenwerte sowie Basen der zugehörigen Eigenräume für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -2 \\ 8 & -2 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 8 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Abgabe: Freitag, den 22. Mai 2015, 16^{15} Uhr
Bitte werfen Sie Ihre Lösung in den Übungskasten der Vorlesung ein.