MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. D. Rost

SoSe 2015
Blatt 11
07.07.2015

Übung zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie II (Unterrichtsfach)“

1. Im euklidischen Vektorraum $(\mathbb{R}^n, \circ)$ sei für einen Vektor $v \in \mathbb{R}^n$ mit $\|v\| = 1$ die Abbildung $s_v : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ durch $s_v(w) = w - 2(v \circ w)v$ definiert.

   (a) Zeigen Sie, dass s_v ein orthogonaler Endomorphismus ist.
   Hinweis: Die Definition einer linearen orthogonalen Abbildung finden Sie in Definition 11.1 des Vorlesungsskriptes.

   (b) Zeigen Sie, dass s_v eine Spiegelung darstellt. Geben Sie ebenfalls den Untervektorraum U an, an dem gespiegelt wird.
   Hinweis: Zeigen Sie, dass eine Orthonormalbasis $v_1, ..., v_n$ des $\mathbb{R}^n$ existiert, so dass $s_v(v_1) = -v_1$ und $s_v(v_i) = v_i$ für alle $i = 2, ..., n$ gilt.

2. *nach Staatsexamensaufgabe Herbst 2007*

   Es sei $\psi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die bijektive affine Abbildung mit

   $$\psi(P_0) = (0,0,0)^t,\ \psi(P_1) = (1,0,0)^t,\ \psi(P_2) = (0,1,0)^t,\ \psi(P_3) = (0,0,1)^t.$$

   wobei

   $$P_0 := (1,1,1)^t,\ P_1 := (1,2,2)^t,\ P_2 := (2,3,2)^t \text{ und } P_3 := (-3,0,3)^t \in \mathbb{R}^3$$

   ist. Finden Sie eine 3×3–Matrix A und einen Vektor $b \in \mathbb{R}^3$ so, dass für alle $x \in \mathbb{R}^3$ gilt $\psi(x) = A \cdot x + b$.
   Hinweis:
   Die Matrix A erhalten Sie mit Hilfe von

   $$\psi(P_1) - \psi(P_0) = A(P_1 - P_0) \qquad \psi(P_2) - \psi(P_0) = A(P_2 - P_0) \qquad \psi(P_3) - \psi(P_0) = A(P_3 - P_0)$$

   Sobald Sie die Matrix A bestimmt haben, können Sie mit Hilfe der Abbildungsvorschrift den Vektor $b \in \mathbb{R}^3$ bestimmen.

Abgabe bis Mittwoch, den 15. Juli 2015, 12^{00} Uhr (Kästen vor der Bibliothek).