Mathematisches Institut der LMU | WS 2016/17
Prof. Dr. S. Morozov | Abgabetermin:
Dr. H. Hogreve | 20. 12. 2016 bis 10:30

Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

Übungsaufgaben, Woche 9

9.1 (6 Punkte) Berechnen Sie $\sup M$ und $\inf M$ der Menge

$$M := \left\{ \frac{n^2 + k^2}{2nk} \,|\, n, k \in \mathbb{N} \land n < k \right\} \subset \mathbb{R}.$$

Besitzt M Häufungspunkte?

9.2 (6 Punkte) Für $j = 1, 2$, sei $z_j := x_j + \mathrm{i}y_j$, mit $x_j, y_j \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie

(i) $z_1^3 - \bar{z}_1^3$

(ii) $\mathrm{Re}(z_1 z_2)$

(iii) $\mathrm{Im}\left(\frac{z_1^2}{z_2}\right)$, wobei $z_2 \neq 0$ sei

(iv) $\left(\frac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\right)^6$

(v) $\mathrm{Re}\left(\frac{z_1^2}{1+\mathrm{i}}\right) + \mathrm{Im}\left(\frac{z_1^2}{1+\mathrm{i}}\right)$

9.3 (6 Punkte) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge von komplexen Zahlen, $a_n \in \mathbb{C}$.

(i) Zeigen Sie, dass die Konvergenz von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ äquivalent dazu ist, dass $(|a_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.

(ii) Beweisen Sie, dass die Konvergenz der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ äquivalent zur Konvergenz der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{a}_n$ ist und dass gilt $\overline{\sum_{n=1}^{\infty} a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \overline{a}_n$.

9.4 (6 Punkte) Überprüfen Sie das Konvergenzverhalten von

(i) der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit
$$a_n := \frac{n + \mathrm{i}^n}{n},$$

(ii) der Reihe
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{i}^n}{n}.$$

Für alle Aufgaben gilt: Begründen Sie jeden Schritt in Ihren Lösungen!

Abgabe in den entsprechenden und gekennzeichneten Abgabekästen im ersten Stock des Mathematischen Institutes (in der Nähe des Bibliothekeingangs).