

Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

Beispielaufgaben für Tutorien, Woche 9

T8.1 Für alle Folgenglieder der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gelte $a_n \in (a, b)$ mit $a < b$ und $a, b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass für alle Häufungspunkte h_k von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gilt: $h_k \in [a, b]$.

T8.2 Sei a ein Häufungspunkt der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Ist a dann auch ein Häufungspunkt der Menge $\{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$?

Und umgekehrt, wenn b ein Häufungspunkt der Menge $\{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist, ist b dann auch ein Häufungspunkt der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$?

T8.3 Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ von nichtnegativen a_n sei monoton fallend, $a_{n+1} \leq a_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, und es gelte $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Beweisen Sie die Konvergenz der Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n.$$

T8.4 Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 := 1 + 3i$ und $z_2 := 3 + i$. Berechnen Sie (i) $z_1 \bar{z}_2$, (ii) $|\bar{z}_1|$, (iii) z_2/z_1 , und überprüfen Sie, ob gilt (iv) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.