Mathematisches Institut der LMU
Prof. Dr. S. Morozov
Dr. H. Hogreve

WS 2016/17
Besperechungstermin:
21.11. bis 25. 11. 2016

Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

Beispielaufgaben für Tutorien, Woche 6

T5.1 Überprüfen Sie, ob für beliebige $x, y \in \mathbb{Q}$ gilt $|x| - |y| \leq |x - y|$.

T5.2 Sei M eine endliche Teilmenge von $\mathbb{Q}$. Untersuchen Sie, ob die folgende Gleichheit erfüllt ist: $\max\{x \mid x \in M\} = -\min\{-x \mid x \in M\}$

T5.3 Wir verwenden die Notation $\mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$. Sind die untenstehenden rekursiv definierten Folgen beschränkt? Divergieren oder konvergieren Sie?

(i) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$, mit

$$a_{n+1} := \frac{(n^2+2)(n+1)}{n^2+4}\, a_n, \qquad a_0 > 0$$

(ii) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$, mit

$$a_{n+1} := \frac{(n+1)(n-1)}{n+2}\, a_n, \qquad a_0 > 0$$

(iii) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$, mit

$$a_{n+1} := \frac{1}{n+1}\, a_n, \qquad a_0 > 0$$

(iv) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$, mit

$$a_{n+1} := \frac{n+2}{n+1}\, a_n, \qquad a_0 > 0$$

(v) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$, mit

$$a_{n+1} := \frac{n+1}{n+2}\, a_n, \qquad a_0 > 0$$

(vi) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$, mit

$$a_{n+1} := \frac{a_n}{a_{n-1}} \qquad a_0 := 1,\ a_1 := -1$$

(vii) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$, mit

$$a_{n+1} := a_n - a_{n-1}, \qquad a_0 := 0,\ a_1 := 1$$

T5.4 Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine Folge von rationalen Zahlen, wobei $a_n \neq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gelte. Es gebe ein $n_0 \in \mathbb{N}$, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n > n_0$ die Ungleichung $|a_n| \geq n$ erfüllt sei. Was folgt daraus für die Divergenz oder Konvergenz der Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$, wobei $b_n := 1/a_n$ sei?