Mathematisches Institut der LMU
Prof. Dr. S. Morozov
Dr. H. Hogreve

WS 2016/17
Abgabetermin:
2. 11. 2017 bis 10:30

Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

Übungsaufgaben, Woche 2

2.1 (4 Punkte) Seien A, B, C Mengen. Beweisen Sie für Lemma 1.25 aus der Vorlesung die Gültigkeit von

(i) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

(ii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

2.2 (7 Punkte) Seien A, B, C, D beliebige Mengen. Beweisen oder widerlegen Sie

(i) $B \setminus (B \setminus A) = A$

(ii) Seien A, B Teilmengen des "Universums" M; dann gilt
$(A \cap B) \cup (A \cup B^c)^c = B$

(iii) $A \cup (B \cap C) \cup D = (A \cap B) \cup (C \cap D)$

(iv) Falls $A \subsetneq B$ und $A \subset C \subset B$, dann gilt entweder $A \subsetneq C$ oder $C \subsetneq B$

(v) Falls die Menge A drei Elemente enthält, dann enthält $\mathscr{P}(A)$ zehn Elemente

2.3 (6 Punkte) Überprüfen Sie, ob die untenstehenden Formeln für beliebige Mengen A, B, C, D gültig sind.

(i) $(A \times C) \cup (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D)$

(ii) $(A \setminus C) \times (B \setminus D) = \big((A \times B) \setminus (C \times B)\big) \setminus (A \times D)$

(iii) Falls $A \subset B$ und $D \subset C$, dann ist $(A \times D) \subset (B \times C)$

2.4 (7 Punkte) Seien a, b, c, d die ersten vier Buchstaben des Alphabets, und $M := \{a, b, c, d\}$. Ähnlich wie in der Vorlesung führen wir auf M, M die Relation $\preceq$ ein durch

$$m_1 \preceq m_2 :\Leftrightarrow m_1 \text{ kommt nicht später im Alphabet als } m_2.$$

(i) Zeigen Sie, dass durch $\preceq$ eine Ordnungsrelation auf M gegeben ist.

(ii) Wird M durch $\preceq$ vollständig geordnet?

(iii) Betrachtet werde nun $N := A_1 \times A_2$, wobei $A_1 := \{a, b\} \subset M$ und $A_2 := \{c, d\} \subset M$ sein soll. Wird dann durch

$$(m_1, n_1) \trianglelefteq (m_2, n_2) :\Leftrightarrow (m_1 \preceq m_2) \wedge (n_1 \preceq n_2)$$

eine Ordnungsrelation auf N definiert?

(iv) Ist $(N, \trianglelefteq)$ vollständig geordnet?

Für alle Aufgaben gilt: Begründen Sie jeden Schritt in Ihren Lösungen!

Abgabe in den entsprechenden und gekennzeichneten Abgabekästen im ersten Stock des Mathematischen Institutes (in der Nähe des Bibliothekeingangs).