

Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

Beispielaufgaben für Tutorien, Woche 14

T13.1 Finden Sie den Fehler in folgender Rechnung: Wegen

$$e = e^1 = e^{1+2\pi i} = (e^{1+2\pi i})^{1+2\pi i} = e^{(1+2\pi i)(1+2\pi i)} = e^{1+4\pi i-4\pi^2} = e^{1-4\pi^2}$$

gilt $e^{-4\pi^2} = 1$.

T13.2 Berechnen Sie \sqrt{i} und i^i

T13.3 Bestimmen Sie die reellen Lösungen x_0 der untenstehenden Gleichungen.

(i) $a^2 b^x = a\sqrt{b}$ mit $a, b > 0$

(ii) $7 \log\left(\sqrt{x - \frac{2}{9}} - \frac{1}{3}\right) = 0$ mit $x \geq 2/9$

(iii) $9^x - 2 \cdot 3^x + \frac{1}{2} = 0$

T13.4 Berechnen Sie die n -te Ableitung $f^{(n)}(0)$ an der Stelle $x = 0$ der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^n \exp(x)$.

T13.5 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion, welche die Gleichung $(f(x))^4 \cdot f'(x) = x^3$ erfüllt. Untersuchen Sie die Monotonieeigenschaften von diesem f .

T13.6 Zeigen Sie die folgende Abschätzung für die Exponentialfunktion und alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| \leq 1/2$:

$$|\exp(z) - 1| \leq 2|z|.$$