

## Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

### Beispielaufgaben für Tutorien, Woche 13

**T12.1** Betrachtet werde das (komplexe) Polynom  $P(z) := 3z^5 - 2z^4 - az^3 + 11z^2 - bz - 3$  für  $z \in \mathbb{C}$ . Für welche  $b \in \mathbb{C}$  gibt es  $a \in \mathbb{R}$ , so dass  $P(-i) = 0$  ist (d.h., dass  $P$  die Nullstelle  $-i$  besitzt)?

**T12.2** Berechnen Sie

- (i)  $(1 + i)^{20}$
- (ii) die komplexen Lösungen  $z_j \in \mathbb{C}$  der Gleichung  $z^3 = 3i$
- (iii)  $(\cos(\frac{\pi}{3}) - i \sin(\frac{\pi}{3}))^7 - \cos(\frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{3})$

**T12.3** Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

für  $f(x) := x^{-1}$  definiert auf  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**T12.4** Berechnen Sie den Konvergenzradius der untenstehenden Potenzreihen:

(i)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{2n+1}}{2^{3n}} x^n$$

(ii)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{(2n+1)!} x^n$$

**T12.5** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden komplexen Gleichungen.

(i)  $z = z^2 \bar{z}$

(ii)  $\bar{z} = i(z + 2)$

(iii)  $|z + 2i| = 2|z|$