Mathematisches Institut der LMU
Prof. Dr. S. Morozov
Dr. H. Hogreve

WS 2016/17
Abgabetermin:
31. 01. 2017 bis 10:30

Analysis 1 für Informatiker und Statistiker

Übungsaufgaben, Woche 13

13.1 (6 Punkte) (a) Untersuchen Sie, ob die untenstehenden Gleichungen eine Lösung x_0 mit $0 \leq x_0 < \pi/2$ besitzen:

(i) $\big(\sin x\big)^2 - \cos\big(\frac{\pi \sin x}{2}\big) = 0$

(ii) $\exp\big(-\frac{1}{\cos x}\big) - \sin(2x) = 0$

(b) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} n \sin\big(\dfrac{x}{n}\big)$ für $x \in \mathbb{R}$.

13.2 (6 Punkte) Sind die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ periodisch? Falls ja, bestimmen Sie die entsprechende kleinste Periode (d.h., die kleinste positive reelle Zahl a so dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(x + a) = f(x)$).

(i) $f(x) := |\sin\big(\dfrac{x}{3}\big)|$

(ii) $f(x) := \sin\big|\dfrac{x}{3}\big|$

(iii) $f(x) := \sin(5x) - \sin(2x)$

13.3 (6 Punkte) Sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := \frac{2}{1 + 2x^2}.$$

Benutzen Sie die geometrische Reihe, um f als Potenzreihe darzustellen; bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe und vergleichen Sie diesen mit dem Definitionsbereich von f.

13.4 (6 Punkte für Teil (i)) (i) Bestimmen Sie die Menge aller Punkte $x \in \mathbb{R}$, in denen die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gegeben durch $f(x) = \sin|x|$, differenzierbar ist.

(ii) (3 Bonuspunkte für Teil (ii)) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion, welche $f(0) = a$ mit $a < 0$ und $f'(x) = x\big(f(x)\big)^2$ erfülle. Zeigen Sie, dass dann $f(x) > a$ für alle $x \neq 0$ gelten muss.

Für alle Aufgaben gilt: Begründen Sie jeden Schritt in Ihren Lösungen!

Abgabe in den entsprechenden und gekennzeichneten Abgabekästen im ersten Stock des Mathematischen Institutes (in der Nähe des Bibliothekeingangs).