

## Übungen zur Stochastik

**2.1** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für mindestens 4 richtige im Lotto „6 aus 49“ (ohne Beachtung der Zusatzzahl)!

**2.2** Wie viele Würfel muss ein Spieler auf einmal werfen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens  $\frac{1}{2}$  mindestens ein Würfel eine 6 zeigt?

**2.3** (a) Man bestimme die Anzahl der Folgen der Länge  $n$  mit Einträgen aus  $\{1, \dots, r\}$ , wobei die Folge  $n_1$ -mal den Eintrag 1, ...,  $n_r$ -mal den Eintrag  $r$  enthält (mit  $n_i \in \mathbb{N}_0$  für alle  $i \in \{1, \dots, r\}$ )!

(b) Man berechne damit, wie viele verschiedene Wörter aus den Buchstaben von MISSISSIPPI zu bilden sind.

(c) Die Kombinatorik aus Teilaufgabe (a) ist im Multinomialssatz der Analysis wiederzufinden:

$$(x_1 + \dots + x_r)^n = \sum_{n_1 + \dots + n_r = n} \binom{n}{n_1, \dots, n_r} x_1^{n_1} \dots x_r^{n_r} \quad (1)$$

Beweisen Sie diesen!

Wie viele Summanden hat diese Summe bzw. wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahlen  $n_1, \dots, n_r \in \mathbb{N}_0$  so zu bestimmen, dass  $n = n_1 + \dots + n_r$  gilt?

**2.4** Drei Ereignisse  $A, B, C$  heißen unabhängig, wenn sie paarweise unabhängig sind und  $W(A \cap B \cap C) = W(A)W(B)W(C)$  gilt.

Finden Sie für den zweimaligen Wurf eines fairen Würfels drei Ereignisse, die paarweise unabhängig, aber nicht unabhängig sind!

**2.5** Berechnen Sie

(a)  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$  (Hinweis: Quadrieren Sie das Integral und benutzen Sie Polarkoordinaten in der Ebene),

(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha(x-x_0)^2} dx$ ,

(c)  $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-\alpha(x-x_0)^2} dx$ ,

(d)  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha(x-x_0)^2} dx$ !

Zeigen Sie ferner  $n! = \Gamma(n+1)$ , wobei die Gammafunktion durch

$$\Gamma(t) := \int_0^{\infty} e^{-x} x^{t-1} dx$$

für  $t > 0$  definiert ist.