

Übungsblatt 3

Alle Antworten sind zu begründen.

Aufgabe 9

Sei f eine Abbildung zwischen den Mengen X und Y . Zeigen Sie, dass f genau dann bijektiv ist, wenn für jede drei Teilmengen A, B und C von X

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B) \text{ und } Y \setminus f(C) \subseteq f(X \setminus C)$$

gilt.

(10 Punkte)

Aufgabe 10

Zeigen Sie, dass eine reflexive Relation R auf der nichtleeren Menge X genau dann eine Äquivalenzrelation ist, wenn gilt

$$\forall x, y, z \in X (xRz \wedge yRz) \Rightarrow xRy.$$

(10 Punkte)

Aufgabe 11

Untersuchen Sie die folgenden Beziehungen auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität, und bestimmen Sie, ob es sich um Äquivalenz- oder Ordnungsrelationen (Partialordnung, Totalordnung, strenge Partialordnung oder strenge Totalordnung) handelt:

a) Der Geist Casper zieht in die Villa seiner Onkel Stretch, Stinkie und Fatso. Die drei sind untereinander gut befreundet, mögen den neuen Geist Casper aber überhaupt nicht. Er sieht die drei aber schon als seine Freunde. Jeder der Onkel mag sich auch selbst, an Casper beginnen allerdings Selbstzweifel zu nagen. ($aRb \Leftrightarrow$ "a mag b")

b) Die selbstverliebte Bella und ihre selbstverliebten Freunde, der Vampir Edward und der Werwolf Jacob haben ein Problem: Bella liebt Edward und Edward liebt Bella, aber Bella liebt auch Jacob und Jacob ist auch in Bella verliebt. Als Werwolf und Vampir hassen sich Jacob und Edward. ($aRb \Leftrightarrow$ "a liebt b")

c) In dem Film "Frankensteins Monster jagen Godzillas Sohn" von 1967 tauchen zusammen Godzilla (ゴジラ), Godzillas Sohn (ミニラ) und die Riesenspinne Kumonga (クモンガ) auf. In dem Filmklassiker "Frankenstein und die Monster aus dem All" aus dem Jahre 1968 werden unter anderem Godzilla, Kumonga, King Ghidorah (キングギドラ) und der Sohn von Godzilla zusammen gesehen. In "Frankensteins Höllenbrut" von 1972 werden Godzilla, King Ghidorah und Gigan (ガイガン) zusammen gezeigt, während Godzillas Sohn und Kumonga auf der Monsterinsel leben. ($aRb \Leftrightarrow$ "a wurde mit b gesehen")

d) Betrachten Sie folgenden Milchmädchen/-bubenrechnung: Sheffield Wednesday hat Arsenal besiegt, Arsenal den FC Bayern, der FC Bayern hat u.a. den BVB und Wolfsburg besiegt. Das heißt Sheffield Wednesday ist besser als Arsenal, der FC Bayern, der BVB und Wolfsburg. Arsenal ist besser als der FC Bayern, der BVB und Wolfsburg. Der FC Bayern ist besser als der BVB und als Wolfsburg. ($aRb \Leftrightarrow$ "a ist besser oder gleich gut wie b")

(Hinweise: Um bei der Bearbeitung der Aufgabe die Übersicht zu behalten, ist es hilfreich Abkürzungen zu verwenden.)

(2+2+3+3 Punkte)

Aufgabe 12

Die kleine Spinne Helmut hat Schwierigkeiten sich ihre Hose anzuziehen. Manchmal steckt sie zwei ihrer durchnummerierten Hinterbeine $A = \{1, 2, 3, 4\}$ in dasselbe Hosenbein $B = \{1, 2\}$. Bestimmen Sie alle Rechts- und Linksinversen der Abbildungen

a) $f: A \rightarrow B$ mit $f(1) := 1, f(2) := 1, f(3) := 2, f(4) := 1,$

b) $g: B \rightarrow A$ mit $g(1) := 1, g(2) := 1,$

c) $h: A \rightarrow A$ mit $h(1) := 2, h(2) := 2, h(3) := 4, h(4) := 1,$

d) $k: B \rightarrow B$ mit $k(1) := 2, k(2) := 1.$

(3+2+3+2 Punkte)

Abgabe: Bis(s) Montag, 09. 11. 2015, 10:00 Uhr nach dem Morgengrauen, in den Übungskästen 31 bis 34 im 1. Obergeschoss.