# Formelsammlung

**Bitte beachten Sie**: Die folgende Formelsammlung ist lediglich als Erinnerungshilfe gedacht. Insbesondere sind die Voraussetzungen nicht angegeben. Trozdem müssen Sie die Anwendbarkeit prüfen falls Sie eine der Formeln verwenden.

Cauchy-Riemann Gleichungen für $f = u + iv$: $\partial_x u = \partial_y v, \quad \partial_y u = -\partial_x v$

Laplace Operator: $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2$

Exponentialfunktion: $\mathbb{C} \ni z \mapsto \exp(z) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$

$\cos(z) := \frac{1}{2}\left(e^{iz} + e^{-iz}\right), \qquad \sin(z) := \frac{1}{2i}\left(e^{iz} - e^{-iz}\right) \qquad (z \in \mathbb{C})$

Integral: $\int_\gamma f(z)dz = \sum_{i=0}^{n} \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(\gamma(t))\gamma'(t)dt$

$\int_\gamma \frac{1}{z}\,\mathrm{d}z = 2\pi i$ für die Kurve $[0, 2\pi] \ni t \to \gamma(t) := e^{it}$

Cauchysche Integralformel: $f^{(k)}(z) = \frac{k!}{2\pi i} \int_{|\xi - z_0| = \rho} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^{k+1}} d\xi$

Laurentreihe: $f(z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n (z - z_0)^n$
mit Konvergenzradii $r = \limsup_{n\to\infty} |a_{-n}|^{1/n}$ und $R = (\limsup_{n\to\infty} |a_n|^{1/n})^{-1}$
und Koeffizienten $a_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\xi - z_0| = \rho} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^{k+1}} d\xi$

Umlaufzahl: $n(\gamma; z) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{1}{(\xi - z)} d\xi$

Residuenformel: $\int_\gamma f(z)dz = 2\pi i \sum_{s\in S} n(\gamma; s)\mathrm{Res}(f; z)$

Residuum bei einem Pol $k$ter Ordnung: $\mathrm{Res}(f; z_0) = \frac{A^{(k-1)}(z_0)}{(k-1)!}, \quad A(z) = (z - z_0)^k f(z)$

Spezialfall obiger Formel für Pol 1. Ordnung: $\mathrm{Res}(f; z_0) = \lim_{z\to z_0} (z - z_0) f(z)$

Argumentprinzip: $\frac{1}{2\pi i} \int_\gamma g(z) \frac{f'(z)}{f(z)-a} dz = \sum_{j=1}^{N} n_j g(\alpha_j) n(\gamma; \alpha_j) - \sum_{j=1}^{M} m_j g(\beta_j) n(\gamma; \beta_j)$

Fourierreihe: $f(z) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} a_n \exp(2\pi i n z)$

Fouriertransformation: $\widehat{f}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\xi x) f(x) dx$