

Programmieren II für Studierende der Mathematik

Blatt 2

Aufgabe 2 Erstellen Sie eine Klasse `Polynom`, die Polynome über den reellen Zahlen (approximiert durch `double`) $p = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ intern mithilfe einer Datenkomponente `a` vom Typ `vector<double>` speichert. Es sollen nur die Koeffizienten a_k bis einschließlich des Höchstkoeffizienten gespeichert werden. Der Höchstkoeffizient ist per Definition ungleich 0.

Das Nullpolynom soll durch einen leereren Koeffizientenvektor dargestellt werden¹ und durch einen Konstruktor mit leerer Argumentenliste erzeugt werden können.

Erstellen Sie die folgenden Methoden:

grad Berechnet den Grad des Polynoms auf das sie angewandt wird möglichst effizient und gibt ihn als `int` zurück (-1 für das Nullpolynom)

deriv Liefert für das Polynom p das abgeleitete Polynom p'

Überladen Sie die arithmetischen Operatoren für Addition, Multiplikation und Subtraktion von Objekten der Klasse `Polynom` in mathematisch sinnvoller Weise. Zur Implementierung der Multiplikation können Sie folgende Beziehung verwenden:

$$\left(\sum_{i=0}^m a_i x^i \right) \cdot \left(\sum_{j=0}^n b_j x^j \right) = \sum_{k=0}^{m+n} c_k x^k \quad \text{mit} \quad c_k = \sum_{i=\max(0, k-n)}^{\min(k, m)} a_i b_{k-i}$$

Hinweis. Zur Berechnung von `min` und `max` stehen in der Standardbibliothek (`<algorithm>`) bereits gleichnamige Implementierungen für beliebige Typen zur Verfügung.

Polynome sollen durch Einlesen von n `a0` `a1` `a2` ... `an` von der Standardeingabe erstellt werden können. Zudem sollen Polynome in der Form $a_0 + a_1 * x + a_2 * x^2 + \dots + a_n * x^n$ ausgegeben werden können. Überladen Sie die Shift-Operatoren entsprechend.

Schreiben Sie ein Hauptprogramm in dem Sie zwei Polynome p und q von der Standardeingabe einlesen. Berechnen Sie dann $(pq)'$ und $p'q + pq'$ und geben Sie die beiden Resultate aus. Geben Sie zudem jeweils den Grad der Polynome p , q , $(pq)'$ und $(pq)' - p'q - pq'$ aus.

Führen Sie Ihr Programm aus für $p = 1 - 2x + x^2$ und $q = x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + 5x^5$.

¹Überzeugen Sie sich davon, dass die Invariante bzgl. des Höchstkoeffizienten hierdurch nicht verletzt wird