

## Funktionentheorie Übungsblatt 10

### Aufgabe 37

Sei  $a > 1$ . Man berechne mittels Residuenkalkül das Integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{a - \sin t}$$

*Hinweis.* Man verwende die Eulersche Formel  $\sin t = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it})$ , führe die Variablen-Substitution  $z = e^{it}$  durch und integriere über den Kreis  $|z| = 1$ .

### Aufgabe 38

a) Man berechne das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\cosh x}.$$

*Hinweis.* Man integriere über den Rand des Rechtecks mit den Ecken  $\pm R, \pm R + i\pi$ .

b) Man berechne das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{\cosh x} dx.$$

### Aufgabe 39

a) Man berechne das Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}.$$

*Hinweis.* Man integriere  $\frac{dz}{1+z^3}$  über den Rand des Kreissektors

$$A_R := \{re^{i\varphi} : 0 \leq r \leq R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi/3\}, R \rightarrow \infty.$$

b) Allgemeiner berechne man für eine ganze Zahl  $n \geq 2$  das Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^n}.$$

### Aufgabe 40

Für  $t \in \mathbb{R}$  berechne man das Integral

$$F(t) := \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{itx}}{1+x^2} dx$$

*Hinweis.* Fallunterscheidung  $t = 0$ ,  $t > 0$ ,  $t < 0$ .

---

**Abgabetermin:** Montag, 6. Juli 2015, 14 Uhr