Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster

SS 2015
11. Juni 2015

Funktionentheorie

Übungsblatt 8

Aufgabe 29

Man beweise, dass die Folge der Polynome

$$P_n(z) := \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n, \qquad n \in \mathbb{N},$$

auf jedem kompakten Teil $K \subset \mathbb{C}$ gleichmäßig gegen die Exponentialfunktion $\exp : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ konvergiert.

Aufgabe 30

Man zeige mithilfe der Partialbruch-Zerlegung des Cotangens

$$\frac{\pi}{\sin \pi z} = \frac{1}{z} + \sum_{0 \neq n \in \mathbb{Z}} (-1)^n \left(\frac{1}{z-n} - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{z} + 2z \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{z^2 - n^2}$$

Aufgabe 31

Seien U und V offene Mengen in $\mathbb{C} \cong \mathbb{R}^2$ und $f : U \to \mathbb{C}$ und $g : V \to \mathbb{C}$ stetig partiell differenzierbare Funktionen mit $g(V) \subset U$. Man beweise folgende Formeln für die Funktion $f \circ g : V \to \mathbb{C}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z}(f \circ g) &= \left(\frac{\partial f}{\partial z} \circ g\right)\frac{\partial g}{\partial z} + \left(\frac{\partial f}{\partial \overline{z}} \circ g\right)\frac{\partial \overline{g}}{\partial z} \\
\frac{\partial}{\partial \overline{z}}(f \circ g) &= \left(\frac{\partial f}{\partial z} \circ g\right)\frac{\partial g}{\partial \overline{z}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \overline{z}} \circ g\right)\frac{\partial \overline{g}}{\partial \overline{z}}
\end{aligned}$$

Aufgabe 32

Sei $f : U \to \mathbb{C}$ eine in einer offenen Menge $U \subset \mathbb{C}$ holomorphe Funktion. Man zeige:

$$\frac{\partial^2}{\partial z \partial \overline{z}} |f(z)|^2 = |f'(z)|^2.$$

Abgabetermin: Montag, 22. Juni 2015, 14 Uhr