Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster

SS 2015
28. Mai 2015

Funktionentheorie
Übungsblatt 6

Aufgabe 21

Man beweise folgende Zusammenhänge zwischen den Funktionen Tangens und Cotangens:

(i) $\tan z = \cot(\frac{\pi}{2} - z)$,

(ii) $\tan z = \dfrac{1}{\cot z}$,

(iii) $\tan z = \cot z - 2\cot 2z$.

Aufgabe 22

Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet und

$$G_1 := \{z \in \mathbb{C} : \overline{z} \in G\}$$

das an der reellen Achse gespiegelte Gebiet. Sei $f : G \to \mathbb{C}$ eine Funktion und

$$f_1 : G_1 \to \mathbb{C}, \quad z \mapsto f_1(z) := \overline{f(\overline{z})}.$$

Man zeige: f_1 ist genau dann holomorph in G_1, wenn f holomorph in G ist.

Aufgabe 23

Sei $r > 0$. Man berechne die folgenden Kurven-Integrale

$$\int\limits_{|z|=r} \sin(\overline{z})\, dz, \qquad \int\limits_{|z|=r} \cos(\overline{z})\, dz, \qquad \int\limits_{|z|=r} z\cos(\overline{z})\, dz.$$

Anleitung: Man verwende die Potenzreihen-Entwicklung des Integranden.

Aufgabe 24

Sei $f : D_R(0) \to \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion mit der Taylorreihe $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ und sei $u(z) := \mathrm{Re} f(z)$ der Realteil von f. Man beweise für $0 < r < R$ und alle $n \geqslant 1$

$$c_n = \frac{1}{\pi r^n} \int_0^{2\pi} u(re^{it})\, e^{-int}\, dt$$

Dieses Übungsblatt wird nicht korrigiert.