Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster

SS 2014
21. Mai 2014

Algebraische Zahlentheorie
Übungsblatt 6

Aufgabe 21

a) Man berechne die Kettenbruch-Entwicklungen der Zahlen $\sqrt{99}$, $\sqrt{101}$, $\sqrt{102}$, $\sqrt{103}$.

b) Sei n eine positive ganze Zahl. Man berechne die Kettenbruch-Entwicklungen der Zahlen

$$\sqrt{n^2-1},\ \sqrt{n^2+1},\ \sqrt{n^2+2}.$$

Aufgabe 22

Man berechne den Wert der folgenden periodischen Kettenbrüche:

$$x = \operatorname{cfrac}(0, \overline{1, 2, 3}), \qquad y = \operatorname{cfrac}(0, \overline{3, 2, 1}).$$

Aufgabe 23

Sei $x = \operatorname{cfrac}(a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots)$ die Kettenbruch-Entwicklung einer irrationalen reellen Zahl x und seien u_n/v_n die n-ten Näherungsbrüche (u_n, v_n teilerfremd, $v_n > 0$). Man beweise

$$x = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{v_n v_{n+1}}.$$

Aufgabe 24

Sei $v = (a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{Z}^n$ ein ganz-zahliger n-dimensionaler Vektor, $n \geqslant 2$.

Man beweise die Äquivalenz folgender Bedingungen:

(i) $\gcd(a_1, \ldots, a_n) = 1$.

(ii) Es gibt eine Matrix $A \in SL(n, \mathbb{Z})$ mit

$$v \cdot A = (1, 0, \ldots, 0).$$

(iii) v ist die erste Zeile einer geeigneten Matrix $A \in SL(n\mathbb{Z})$.

Abgabetermin: Freitag, 30. Mai 2014, 15 Uhr