Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster

SS 2008
4. Juni 2008

Primzahlen. Eine Einführung in die Zahlentheorie

Übungsblatt 4

Aufgabe 13

Man beweise: Es gibt unendlich viele Primzahlen der Form $p \equiv -1 \bmod 6$, (wie $5, 11, 17, 23, 29, 41, 47, \ldots$).

Aufgabe 14

Für die Teileranzahl-Funktion τ beweise man:

a) $\tau(n)$ ist genau dann ungerade, wenn n eine Quadratzahl ist.

b) $\displaystyle\prod_{d|n} d = n^{\tau(n)/2}$.

Aufgabe 15

Sei $f : \mathbb{N}_1 \to G$ eine Funktion mit Werten in einer multiplikativ geschriebenen abelschen Gruppe G (z.B. $G = \mathbb{C}^*$) und $F : \mathbb{N}_1 \to G$ definiert durch

$$F(n) := \prod_{d|n} f(d).$$

Man beweise:

$$f(n) = \prod_{d|n} F(d)^{\mu(n/d)}.$$

Aufgabe 16

Sei $\Lambda : \mathbb{N}_1 \to \mathbb{R}$ die Mangoldt-Funktion, d.h.

$$\Lambda(n) = \begin{cases} \log p, & \text{falls } n = p^k \text{ eine Primzahlpotenz,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Man beweise:

a) $\displaystyle\sum_{d|n} \Lambda(d) = \log n$.

b) $\displaystyle\Lambda(n) = -\sum_{d|n} \mu(d) \log d$.

Abgabetermin: Mittwoch, 11. Juni 2008, 14 Uhr, Übungskasten im 1. Stock