Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster

SS 2004
21. Mai 2004

Einführung in die Zahlentheorie, Übungsblatt 5

Aufgabe 17 Man beweise für alle $x \geqslant 1$:

$$\sum_{k \leqslant x} \mu(k) \left\lfloor \frac{x}{k} \right\rfloor = 1.$$

Aufgabe 18 Für $n \in \mathbb{N}_1$ sei

$$\Lambda(n) := \sum_{d|n} \mu\left(\frac{n}{d}\right) \log d.$$

Man beweise

$$\Lambda(n) = \begin{cases} \log p & \text{falls } n = p^k \text{ mit } p \text{ prim, } k \geqslant 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dies ist die sog. Mangoldt-Funktion.

Aufgabe 19

Sei $\alpha : \mathbb{N}_1 \to \mathbb{Z}$ eine ganzzahlige arithmetische Funktion mit $\alpha(1) = 1$.

Man zeige: α besitzt bzgl. der Dirichlet-Faltung ein ganzzahliges Inverses.

Aufgabe 20*

Es sei $C = (c_{ij})$ die $n \times n$-Matrix mit den Koeffizienten

$$c_{ij} := \gcd(i, j), \qquad 1 \leqslant i, j \leqslant n.$$

Man beweise:

$$\det C = \prod_{d=1}^{n} \varphi(d).$$

Dabei ist φ die Eulersche Phi-Funktion.

Dieses Übungsblatt wird nicht korrigiert.
Es wird in der Übungsstunde am Mittwoch, den 2. Juni 2004, besprochen.