

## Einführung in die Zahlentheorie, Übungsblatt 2

**Aufgabe 5** Es seien  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$ax + by = c$$

genau dann eine ganzzahlige Lösung  $(x, y)$  hat, wenn gilt:  $\gcd(a, b) \mid c$ .

**Aufgabe 6** Es seien  $a, b \in \mathbb{Z}$  teilerfremd. Zeigen Sie:

- a) Aus  $a \mid by$  mit  $y \in \mathbb{Z}$  folgt  $a \mid y$ .
- b) Alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$ax + by = 0$$

sind durch  $(x, y) = n(-b, a), n \in \mathbb{Z}$ , gegeben.

**Aufgabe 7** Ermitteln Sie alle ganzzahligen Lösungen folgender Gleichungen:

- i)  $3x - 5y = 7$
- ii)  $21x - 33y = 24$
- iii)  $21x - 33y = 22$

**Aufgabe 8** Es seien  $a, b$  positive teilerfremde ganze Zahlen. Zeigen Sie, dass für alle ganzzahligen  $c > c_0 := ab - a - b$  die Gleichung

$$ax + by = c$$

eine ganzzahlige Lösung  $(x, y)$  mit  $x, y \geq 0$  hat. Zeigen Sie, dass es für  $c = c_0$  keine derartige Lösung gibt.

**Abgabe:** Freitag, 7. April 2004, 11 Uhr, Übungskasten vor der Bibliothek