

Einführung in die Zahlentheorie, Übungsblatt 2

Aufgabe 5 Es seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$ax + by = c$$

genau dann eine ganzzahlige Lösung (x, y) hat, wenn gilt: $\gcd(a, b) \mid c$.

Aufgabe 6 Es seien $a, b \in \mathbb{Z}$ teilerfremd. Zeigen Sie:

- a) Aus $a \mid by$ mit $y \in \mathbb{Z}$ folgt $a \mid y$.
- b) Alle ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$ax + by = 0$$

sind durch $(x, y) = n(-b, a), n \in \mathbb{Z}$, gegeben.

Aufgabe 7 Ermitteln Sie alle ganzzahligen Lösungen folgender Gleichungen:

- i) $3x - 5y = 7$
- ii) $21x - 33y = 24$
- iii) $21x - 33y = 22$

Aufgabe 8 Es seien a, b positive teilerfremde ganze Zahlen. Zeigen Sie, dass für alle ganzzahligen $c > c_0 := ab - a - b$ die Gleichung

$$ax + by = c$$

eine ganzzahlige Lösung (x, y) mit $x, y \geq 0$ hat. Zeigen Sie, dass es für $c = c_0$ keine derartige Lösung gibt.

Abgabe: Freitag, 7. April 2004, 11 Uhr, Übungskasten vor der Bibliothek