

Einführung in die Zahlentheorie, Übungsblatt 1

Aufgabe 1 Es sei f_k die k -te Fibonaccizahl. Zeigen Sie durch Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen $m \geq 1$ gilt:

$$f_k \text{ ist ein Teiler von } f_{mk}.$$

Aufgabe 2 Zeigen Sie:

a) f_n ist durch 3 teilbar $\iff n$ ist durch 4 teilbar.

b) f_n ist durch 5 teilbar $\iff n$ ist durch 5 teilbar.

Aufgabe 3 Der Kettenbruch

$$K_n = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\ddots 1 + \frac{1}{1}}}}$$

kann rekursiv definiert werden durch $K_1 = 1$ und $K_{i+1} = 1 + 1/K_i$.

Man zeige: $K_n = f_{n+1}/f_n$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} K_n = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Aufgabe 4

a) Die Folge $(x_n)_{n \geq 0}$ sei rekursiv definiert durch

$$x_0 := 0, x_1 := 1, x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n.$$

Geben Sie eine geschlossene Darstellung für x_n an.

b)* Analoges Problem für die Folge $(y_n)_{n \geq 0}$ mit

$$y_0 := 1, y_1 := 1, y_{n+2} = 4y_{n+1} - 4y_n.$$

Hinweis: Die mit * versehene Aufgabe ist freiwillig.

Abgabe: Freitag, 30. April 2004, 11 Uhr, Übungskasten vor der Bibliothek

Übungsbetreuung:

Dipl.-Math. Martin Härting

Email: martin.haerting@mathematik.uni-muenchen.de

Sprechstunde: Montag, 14–15 Uhr, Zimmer 210