

Übungen zur Vorlesung: Der Minkowski-Raum

Aufgabe 9: Im Minkowski-Raum (\mathbb{M}_4, g) sei H das Hyperboloid

$$H := \{x \in \mathbb{M}_4 : g(x, x) = 1\}.$$

Sei $\mathbb{R}a$ die Weltlinie eines inertialen Beobachters und $W = (\mathbb{R}a)^\perp$ sein Ruhe-
raum. Zeige, daß W parallel zu den Tangentialräumen von H in den Durch-
stoßungspunkten von $\mathbb{R}a$ mit H ist.

Aufgabe 10: Pionen haben die Halbwertszeit $1,8 \cdot 10^{-8}s$ (Pionen-Eigenzeit).
Ein Strahl von Pionen bewege sich gradlinig und gleichförmig mit der Ge-
schwindigkeit v . Nach welcher Strecke ist die Hälfte der Pionen zerfallen, wenn
 v 50% bzw. 90% bzw. 99% der Lichtgeschwindigkeit ist. (Die Strecke wird im
Labor gemessen.)

Aufgabe 11: Zeige: Jede orthogonale Matrix $A \in \text{SO}(3)$ ist endliches Produkt
von Matrizen der speziellen Gestalt

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 12: Zeige: Jede Lorentztransformation $A \in \text{O}^+(1, 3)$ ist endliches
Produkt von Matrizen der Gestalt

$$\begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix} \text{ mit } B \in \text{O}(3).$$

Abgabetermin: Mittwoch, den 29.5.1996, 13.15 Uhr.