Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster

SS 1996

Blatt 2

Übungen zur Vorlesung: Der Minkowski-Raum

Aufgabe 5: Sei $q : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$ die quadratische Form

$$q(x) := x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2.$$

Zeige: Die Menge

$$K := \{x \in \mathbb{R}^4 : q(x) > 0\}$$

ist zusammenhängend.

Aufgabe 6: Seien r, ω, h reelle Zahlen, $r > 0$, und $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^4$ definiert durch

$$\gamma(s) = (s, r\cos\omega s, r\sin\omega s, hs).$$

a. Welche Kurve beschreibt γ im Ruhraum des Beobachters mit Weltlinie $\mathbb{R} \times 0$?
b. Welchen Bedingungen müssen r, ω und h genügen, damit die Lichtgeschwindigkeit nicht überschritten wird?
c. Berechne die Bogenlänge (=vergangene Eigenzeit) von γ über dem Parameterintervall $0 \le s \le T$ (mit $T > 0$ vorgegeben).

Aufgabe 7: Sei $A := (0, -2, 3, 0)$ und $B := (5, 0, 4, 2)$.
a. Zeige, daß der Vektor $B - A$ zeitartig ist und berechne seine Länge $T := \| B - A \|$.
b. Gib (gebrochen lineare) Weltlinien von A nach B der Länge $\frac{T}{2}$ und $\frac{T}{4}$ an.

Aufgabe 8: Betrachte $A := (0, -2, 3, 0)$ und $B := (5, 0, 4, 2)$.
Sei γ die geradlinige Weltlinie durch A und B und γ_0 die geradlinige Weltlinie durch $(0, 0, 0, 0)$ und $(1, 0, 0, 0)$. Von γ aus werden im Eigenzeitabstand τ Lichtsignale nach γ_0 abgesandt. In welchem Eigenzeitabstand bzgl. γ_0 kommen sie dort an?

Abgabetermin: Mittwoch, den 22.5.1996, 13.15 Uhr.