Mathematisches Institut SS 1996
der Universität München
Prof. Dr. O. Forster Blatt 1

Übungen zur Vorlesung: Der Minkowski-Raum

Aufgabe 1: Sei $q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ die durch

$$q(x) := x_1x_2 + x_2x_3 \quad \text{für } x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$$

definierte quadratische Form.
a. Wie lautet die zugehörige symmetrische Bilinearform?
b. Bestimme eine Basis a_1, a_2, a_3 des $\mathbb{R}^3$, bzgl. der q Diagonalform hat.

Aufgabe 2: Gib im $\mathbb{R}^4$ mit der Lorentzmetrik Beispiele dafür an, daß die Summe zweier raumartiger Vektoren raumartig, zeitartig und lichtartig sein kann.

Aufgabe 3: Im $\mathbb{R}^4$ mit der Lorentzmetrik seien a und b zwei raumartige Vektoren.
a. Zeige, daß auch die Summe $a + b$ raumartig (oder $= 0$) ist, falls es einen zeitartigen Vektor $c \in \mathbb{R}^4$ gibt, der sowohl auf a als auch auf b senkrecht steht.
b. *Muß* es einen zeitartigen Vektor $c \in \mathbb{R}^4$ geben, der sowohl auf a als auch auf b senkrecht steht, wenn die Summe $a + b$ raumartig ist?

Aufgabe 4: a. Im $\mathbb{R}^4$ mit der Lorentzmetrik sei a ein zukunftsgerichteter lichtartiger und b ein zukunftsgerichteter zeitartiger Vektor. Zeige, daß die Summe $a + b$ zeitartig ist.
b. Im $\mathbb{R}^4$ mit der Lorentzmetrik seien a und b zwei zukunftsgerichtete lichtartige Vektoren, die zudem linear unabhängig seien. Zeige, daß die Summe $a + b$ zeitartig ist.

Abgabetermin: Mittwoch, den 15.5.1996, 13.15 Uhr.