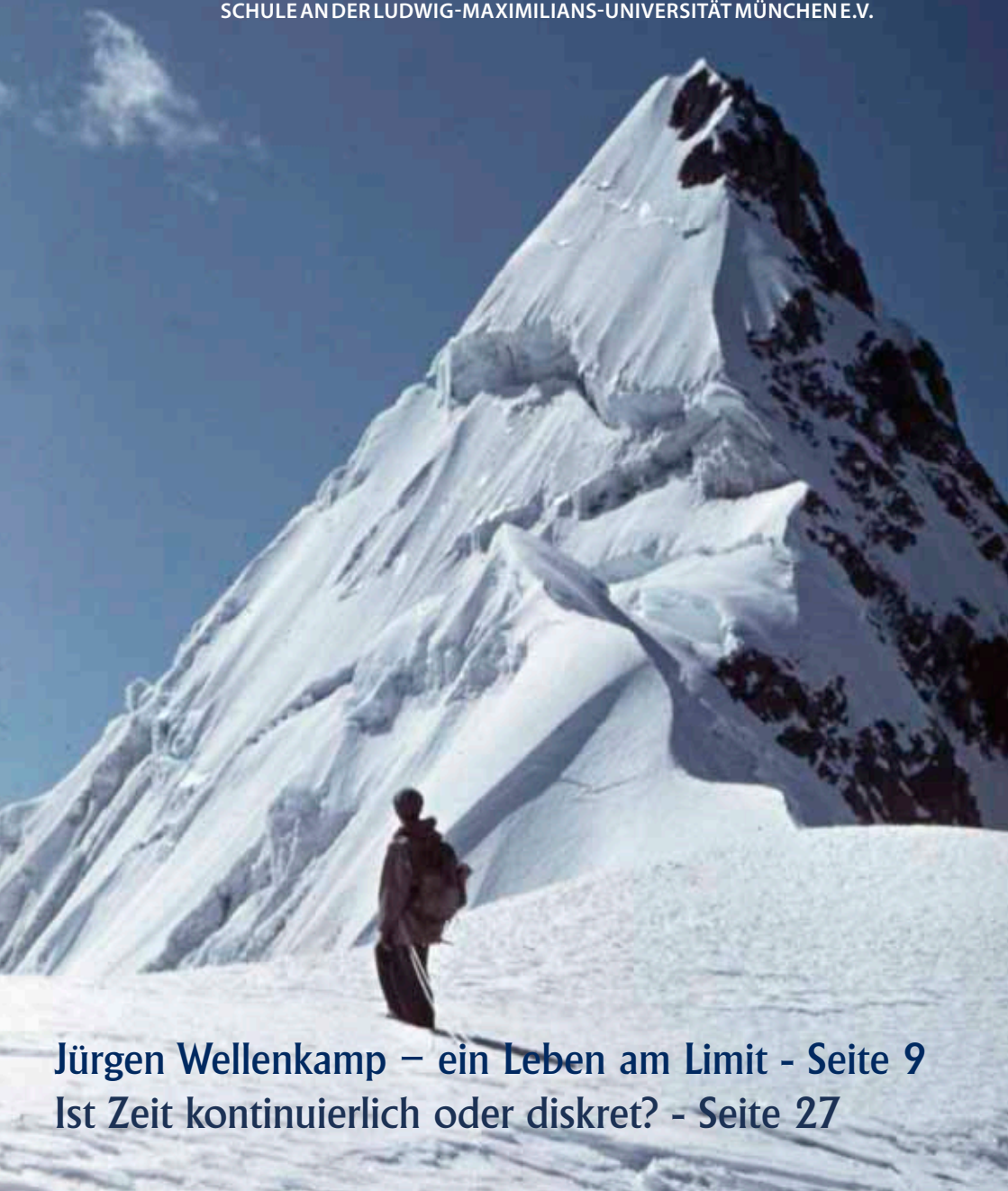




NR. 26 – JULI 2012

MATHE-LMU.DE

FÖRDERVEREIN MATHEMATIK IN WIRTSCHAFT, UNIVERSITÄT UND
SCHULE AN DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN E.V.



Jürgen Wellenkamp – ein Leben am Limit - Seite 9
Ist Zeit kontinuierlich oder diskret? - Seite 27

Liebe Leserinnen und Leser,

Liebes Vereinsmitglied,

welche Verbindungen gibt es zwischen den Bergen und Mathematik? Auf den ersten Blick nicht viele. Manche werden sich erinnern, dass viele bedeutende Mathematiker, zum Beispiel Perron und Kolmogorov, auch begeisterte Wanderer und Bergsteiger waren. Bei diesen Menschen hat sich die Lust auf Mathematik gegenüber der Begeisterung für die Berge durchgesetzt. Für andere Entscheidungen gibt es auch prominente Beispiele, etwa Jürgen Wellenkamp, der an unserer Universität Mathematik studiert hat, sich aber als Bergsteiger einen Namen gemacht hat. In diesem Heft widmet sich ein ausführlicher Artikel von Professor Steinlein der Jugend- und Studienzeit sowie den bedeutenden Expeditionen dieses ungewöhnlichen Studenten.

Außerdem empfehlen wir Ihnen, einen Artikel von Professor Osswald zu lesen, in dem versucht wird, mit Hilfe mathematischer Methoden eine vernünftige Antwort auf die Frage zu geben, ob die Zeit diskret oder kontinuierlich ist.

Vitali Wachtel

Titelbild:

Jürgen Wellenkamp vor der Gipfelpyramide des Huayna Ausangate in der Cordillera de Vilcanota in Peru.

bei der Mitgliederversammlung am 31. Mai 2012 wurde ein Wechsel an der Spitze unseres Fördervereins besiegelt. Im Hinblick auf seine zahlreichen beruflichen Verpflichtungen war es Herrn Dr. Alexander Bartmann aus zeitlichen Gründen leider nicht mehr möglich, das Amt des 1. Vorsitzenden auch künftig auszuüben; es ist eine überaus glückliche Fügung, dass mit Herrn Prof. Dr. Manfred Feilmeier ein würdiger, dem Mathematischen Institut seit vielen Jahren eng verbundener Nachfolger gefunden werden konnte.

Seit der Gründung am 16. Juni 1999 stand Herr Dr. Bartmann als 1. Vorsitzender an der Spitze des Vereinsvorstands. In den fast dreizehn Jahren seines unermüdlichen Wirkens konnte ein wesentliches Ziel, nämlich die deutliche Erhöhung der Studierendenzahlen, in mehr als eindrucksvoller Weise erreicht werden; eine Vielzahl weiterer Anliegen sind auf einem guten Weg. Für sein Engagement sei Herrn Dr. Bartmann auch an dieser Stelle von ganzem Herzen aufrichtig gedankt.

Herrn Prof. Dr. Feilmeier möchte ich für seine Bereitschaft, dieses wichtige Amt zu übernehmen, ganz herzlich danken und ihm viel Freude und Erfolg bei dieser Aufgabe wünschen; die gewohnte tatkräftige Unterstützung aller Vereinsmitglieder ist ihm sicher!

Ihr Erwin Schörner

Impressum
Herausgeber **mathe-lmu.de**
Förderverein Mathematik
in Wirtschaft, Universität und Schule an der
Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.,
Mathematisches Institut, Universität München,
Theresienstr. 39, 80333 München
fmwus@mathematik.uni-muenchen.de
Konto: 1267532, Bankleitzahl 700 500 00,
Bayerische Landesbank

ViSdP Vitali Wachtel, Mathematisches Institut,
Universität München, Theresienstr. 39
80333 München, Tel. 2180-4488
wachtel@mathematik.uni-muenchen.de

Redaktion Katharina Belaga, Ulrich Derenthal,
Bernhard Emmer, Peter Pickl, Daniel Rost,
Heinrich Steinlein, Vitali Wachtel

Auflage 5000

Layout Gerhard Koehler, München,
kws@kws-koehler.de

Druck Siller Offsetdruck, Künzelsau

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichen. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

Berichte aus dem Mathematischen Institut

Studienangebot und Einschreibung

Die Zahl der Neueinschreibungen in einen mathematischen Studiengang der LMU München übertraf zum Wintersemester 2011/12 mit insgesamt 835 Immatrikulationen das bereits sehr hohe Niveau der Vorjahre um rund die Hälfte; dieser Anstieg ist nicht allein auf den doppelten Abiturjahrgang in Bayern und die Aussetzung der Wehrpflicht zurückzuführen, sondern spiegelt vor allem die ungebrochene Beliebtheit der an der LMU München angebotenen Mathematikstudiengänge wider. Das Mathematische Institut bereitet sich bereits seit längerem auf die Herausforderung steigender Studierendenzahlen vor, um weiterhin gute Studienbedingungen anbieten zu können.

Personalien Am Mathematischen Institut konnten zum Sommersemester 2012 zwei weitere Berufungsverfahren erfolgreich zum Abschluss gebracht werden. Herr Prof. Panagiotou (Saarbrücken) hat den Ruf auf die W2-Professur für Angewandte Mathematik angenommen, und Herr Prof. Fries wurde auf die W2-Stiftungsprofessur für Quantitative Financial Mathematics berufen. Die neuen Kollegen werden auf Seite 5 vorgestellt.

Veranstaltungen Die Verabschiedung der Studierenden, die im zurückliegenden akademischen Jahr das Diplom oder den Master in Mathematik oder Wirtschaftsmathematik erworben haben, erfolgt seit einiger Zeit in einer eigenen Veranstaltung, um unseren Ehemaligen einen feierlichen Rahmen zur Würdigung ihrer akademischen Leistungen zu bieten. Die Absolventenfeier für den letzten Abschlussjahrgang des Mathematischen Instituts fand am 21. April 2012 in Zusammenarbeit mit dem Förderverein Mathe-

matik statt; einen Bericht dazu finden Sie ab Seite 6.

Die Reihe „Mathematik am Samstag“ wurde auch in diesem Frühjahr mit drei interessanten Vorträgen „Das mathematische Kontinuum und die Paradoxien des Zenon“, „Elliptische Kurven und die Fermatsche Vermutung“ und „Ist Zeit kontinuierlich oder diskret?“ erfolgreich fortgesetzt; die Veranstaltungen erfreuten sich wiederum großer Resonanz.

Am 12. Mai 2012 fand wieder das „Mobile Mathe-Labor“ mit einem Preisrätsel für Schülerinnen und Schüler der 5. bis 10. Jahrgangsstufe statt, wobei diesmal als 1. Preis ein iPad zu gewinnen war; daneben wurde von engagierten Lehrkräften von oberbayerischen Gymnasien sowie von Kollegen des Mathematischen Instituts eine Vielzahl von interessanten Workshops und Kursen angeboten.

Die LMU München vergibt seit 2010 den Dr. Hans Riegel-Fachpreis für die besten Facharbeiten bzw. W-Seminararbeiten in der 12. Jahrgangsstufe in den Fächern Mathematik sowie Biologie, Chemie, Physik und Geographie; die feierliche Preisverleihung fand heuer am 8. Juni 2012 in der Großen Aula der Universität statt.

Auch heuer findet wieder das seit Jahren überaus beliebte und erfolgreiche Probestudium „LMU-Mathe-Sommer“ statt; in der letzten Woche der bayerischen Sommerferien, also vom 3. bis 7. September 2012, können sich interessierte Oberstufenschülerinnen und Oberstufenschüler ein authentisches Bild vom Mathematikstudium an der LMU machen; das Thema und alle weiteren Informationen finden Sie ab Seite 22.

Neu am Institut

Prof. Christian Fries

Seit April 2012 ist Christian Fries Professor für „Quantitative Financial Mathematics“ am Department Mathematik der LMU.



Christian Fries promovierte über hyperbolische Erhaltungssätze im Bereich Partielle Differentialgleichungen an der RWTH Aachen und war als Post-Doc am Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig.

Christian Fries war von 2001 bis 2005 für die Modellentwicklung im Bereich Zinsderivate und hybride Derivate der Group Risk Control der Dresdner Bank verantwortlich; ab 2005 für Modellentwicklung der Group Risk Control der DZ BANK AG. Er entwickelte dabei Modelle und deren objektorientierte Implementierung zur Bewertung und Risikomessung. Er ist seit 2011 Leiter der Gruppe Modellentwicklung und Methodik im Bereich Risikocontrolling der DZ BANK AG Frankfurt. Daneben hatte er Lehraufträge für Finanzmathematik an der Universität Mainz und der Goethe-Universität Frankfurt und betreute Diplomarbeiten in Industriekooperation. Er ist Autor des Buches „Mathematical Finance“ (Wiley) und betreibt die assoziierte Internetseite <http://www.finmath.net>. Seine Forschungsinteressen und Veröffentlichungen liegen im Bereich Derivatebewertung, Computational Finance, insbesondere Monte-Carlo-Methoden, sowie objekt-orientierte und objekt-funktionale Implementierung. Herr Dr. Fries bekleidet die Professur an der LMU mit dem Ziel des Aufbaus eines Computerlabors für Computational Finance und Quantitative Risk Management zur Verbesserung des Praxisbezugs in Forschung und Lehre.

Neu am Institut

Prof. Konstantinos Panagiotou

Konstantinos Panagiotou ist seit März Professor für Angewandte Mathematik an der LMU. Geboren wurde er am 16. Juni 1980. Nach dem



Abitur am Griechischen Lyzeum in München studierte er bis 2003 auf Diplom Informatik mit Nebenfach Mathematik an der Technischen Universität in München. 2008 erlangte der heute erst 32-Jährige seinen PhD an der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) in Zürich. Seine Dissertation „Colorability Properties of Random Graphs“ wurde mit der ETH-Medaille und dem Richard-Rado-Preis der Sektion „Diskrete Mathematik“ der Deutschen Mathematiker-Vereinigung ausgezeichnet. Anschließend absolvierte Konstantinos Panagiotou seinen Postdoc am Institut für Theoretische Informatik an der ETH. 2010 zog es ihn als Visiting Professor an die Université Pierre et Marie Curie nach Paris. 2011 arbeitete er erneut als Postdoc am Max-Planck-Institut für Informatik in Saarbrücken, wo er bis zuletzt als Senior Researcher tätig war.

Die Forschungsschwerpunkte von Herrn Panagiotou befinden sich in der Diskreten Mathematik und der Theoretischen Informatik. Unter anderem beschäftigt er sich mit Kombinatorik, Graphentheorie und diskreter Wahrscheinlichkeitstheorie. Eines seiner Forschungsprojekte, das auch durch das Emmy Noether-Programm der DFG gefördert wird, ist, die Struktur und Dynamik realer Netzwerke, wie beispielsweise das Internet oder Facebook, mathematisch zu modellieren und zu untersuchen. An der LMU wird er das Fach Diskrete Mathematik in Forschung und Lehre vertreten.

Absolventenfeier

Am 21.04.2012 fand die Absolventenfeier statt, auf der die frischgebackenen Diplom-Mathematikerinnen und Diplom-Mathematiker mit einer Rede von Prodekan Professor Andreas Rosenschon ins „erwachsene Leben“ verabschiedet wurden. Ihm „geantwortet“ hat die Absolventin Frau Nike Engelhardt, deren Rede wir hier abdrucken dürfen.

Sehr geehrte Damen und Herrn, sehr geehrte Professoren, wissenschaftliche Mitarbeiter, liebe Kommilitonen und Kommilitoninnen, Eltern und Freunde,

lieber Mathebau ...

als ich dich das erste Mal betrat, war ich gut vorbereitet. Auf die fachliche Herausforderung Mathestudium glaubte ich mich durch den Leistungskurs Mathematik optimal eingestimmt zu haben, und meine Vorbereitung auf die neue Rolle „Student“ war akribisch. Schon Monate vor Beginn des Studiums übte ich: Grundsätzlich stand ich nicht vor Mittag auf, trieb mich donnerstags auf Studentenpartys herum, lernte Schafkopf spielen und legte mir vorsichtshalber eine politische Meinung zu. Was konnte mir also passieren?

Es passierten die Einführungsveranstaltungen. In mathematischer Manier hielten bereits die ersten Minuten in diesem Haus Beweise für mich bereit. Sie bewiesen mir: Ich hatte keine Ahnung, weder von Mathematik noch vom Studentenleben.

Hinter deinen Türen, lieber Mathebau, betreten wir als Erstsemestler täglich eine neue, eine andere Welt. Und mir bleibt nichts anderes übrig, als diese zunächst als lebensgefährlich zu bezeichnen. Denn rechts und links von mir traten Studenten in den ersten Semestern angesichts scheinbarer Gefahren reihenweise die Flucht an. Ich – noch nie eine gute Läuferin – blieb und stellte mich tot.

Tot stellen, das bedeutete erst einmal, sich einen Sitzplatz in der letzten Reihe zu sichern.

Und von da konnte man gut sehen: Zwischen dort oben und hier unten lagen ganze Welten! Im Grunde war es naiv zu vermuten, dass Kommunikation mit einer solchen Distanz überhaupt funktionierte. Tat sie dann auch nicht.

Während es hier vorne Theorem, Satz, Korollar, Lemma, Präposition, q.e.d., o.B.d.A., g.d.w., Beweis, Beweis, Beweis hagelte, war man dort oben noch beim Datum. Und so blieb das erst einmal.

Sich tot stellen bedeutete oft auch, sich vor der wöchentlichen Herausforderung „Übungsblätter“ zu drücken. Zu Beginn der Woche versuchte man noch eine eigene Lösung zu kreieren, von „der Lösung“ möchte ich hier nicht sprechen. Doch mit Näherücken des Abgabetermins konzentrierte sich die Hoffnung auf Geistesblitze und Lösungsansätze meist darauf, sich diese in spontan gegründeten „Lerngruppen“ vor den Abgabekästen zu ergaunern.

Ein heiteres Abschreiben begann; man schrieb Lösungen ab, die man nicht verstand, Lösungen, die keine waren, und ab und an entschied man sich auch, mehrere Lösungen für ein und dieselbe Aufgabe zu präsentieren. Da abschreibbare Lösungsversuche immer scheinbar aus dem Nichts auftauchten und durch so viele Hände gingen, ist mir bis heute schleierhaft, wem das Lösen der Übungsblätter in den ersten Semestern eigentlich gelang. Vielleicht hatten doch ab und zu mitfühlende Professoren ihre Hände im Spiel ... Aber nein, es wart natürlich ihr, liebe Kommilitonen und Kommilitoninnen, die freigiebig



Wer in den ersten Monaten, ja vielleicht Jahren eines Mathematikstudiums nicht zweifelt, ob er hier richtig ist, der ist viel wahrscheinlicher falsch als richtig.

Bis zum Vordiplom hatte fast die Hälfte der Mathematikstudenten des ersten Semesters dieses Studium ohne Abschluss beendet. Dafür mag es die unterschiedlichsten Gründe gegeben haben, einer davon war aber, dass sich manch ein Studienabbrecher das Bestehen des Studiums nicht mehr zutraute. Ihnen hätte ich gewünscht, dass die Stimmen derer lauter gewesen wären, die betonten, dass eine große mathematische Begabung eine Methode ist, ein Mathematikstudium erfolgreich abzuschließen, aber nicht die einzige. Neugier, unermüdliches Versuchen und Zeit kann eine zweite sein. Wichtig ist diese Erkenntnis gerade in einem System, in dem durch strenge Regularien das langsamere Studieren nicht mehr möglich sein wird. Ich denke, stolz kann man – und können wir – auf die Entscheidung sein, etwas lernen zu wollen, selbst wenn es viel Arbeit bedeutete.

Mit dem Bestehen des Vordiploms hatte man es dann erst einmal geschafft. Wir hatten gelernt, uns in der Welt der Mathematik gut genug zurechtzufinden. Die Glücklichen bewiesen sich das selbst, manche bewiesen es zunächst anderen und für ein paar war es die letzte Chance, es dem Bafög-Amt zu beweisen. Doch dann war die Finanzierung für zwei weitere Jahre Studium gesichert und die Grundlage für die ganz persönliche Spezialisierung in der Mathematik gelegt. In den dann folgenden Semestern sollte sich auch einiges verändern.

Vor allem verändertest du dich, lieber Mathebau. Dein Geheimnis hatte ich im Grundstudium noch nicht erkannt. Du warst karg, wenig einladend, der Lebensraum, in dem

anderen zu Punkten in den Übungsblättern verhalten. Gut kann ich verstehen, dass es für diejenigen, die hart an Lösungen für Aufgaben gefeilt hatten, bisweilen schwierig war zu akzeptieren, wenn zuletzt die Abschreiber doch tatsächlich mehr Punkte auf die ergaunerte Lösung der Aufgaben erhielten.

So war das Projekt „Übungsblätter“ immer wieder ein guter Nährboden für zweierlei: Für Freundschaft und Konkurrenz. Doch ich weiß es von einigen von Euch und aus eigener Erfahrung, viel öfter wuchs Freundschaft.

Was immer man über Mathematiker und ihre Tätigkeit sagen mag, aufgrund dieser Erfahrung möchte ich einen vorsichtigen Aspekt hinzufügen: Mathematiker teilen ab und an.

Doch auch wenn manchmal nichts anderes übrig blieb als Übungsaufgaben abzuschreiben, um erforderliche Punktzahlen zu erreichen, jeder versuchte sich daran, sich in der neuen, fremden Welt zu bewegen und für sich neue Gebiete zu erschließen. Keinem blieben dabei jene Momente erspart, in denen von allen stolzen Fahnen scheinbar nur noch die weiße blieb. Heute weiß ich, dass es stimmt:

alles kompliziert und schwierig erschien. Doch dein Geheimnis ist gerade in diesem Raum so offensichtlich: In dir ist eben (nur), was man mit hinein bringt.

Im Hauptstudium wandeltest du dich in eine freundliche Umgebung voll ungeahnter Möglichkeiten und Erfolge. Das ist vor allem wissenschaftlichen Mitarbeitern und Professoren zu verdanken, die die Förderung und Unterstützung der Studenten als willkommenen Teil ihres Berufes betrachten. Ihr Ziel war unser Verstehen. Man traf sie auf den Gängen und fernab von Sprechzeiten. Sie berieten, lösten mathematische und bürokratische Probleme, ließen durch ihre Unterstützung Seminar- und Diplomarbeiten gelingen und ab und an sorgten sie für den notwendigen Mut oder die Motivation. Vielen Dank dafür!

Zum anderen ist der atmosphärische Wandel dieses Hauses für mich auch durch das freizeitheliche Konzept des Diplomstudiengangs zu erklären, dass es im Hauptstudium Zeit und Möglichkeit gab, sich in unterschiedlichen Bereichen der Mathematik zu versuchen.

So freundlich dieser Ort auch war, spätestens während der Anfertigung der Diplomarbeit brauchte man nach tagelangem Lernen und Probieren in der hauseigenen Bibliothek einen Tapetenwechsel. Viele zog es in das Las Vegas der Bibliotheken, in die Stabi. Zu Prüfungszeiten der Club mit der härtesten Tür Münchens ... Doch hatte man um viertel nach acht noch einen Platz ergattert, so wurde einiges geboten. Auf dem laufstegartigen Mittelgang bekam man die Frühjahrskollektion des Münchner Chics präsentiert und spätestens vor dem Kaffeeautomaten nahm man ganz kostenfrei an einer Art Speeddating teil. Doch von einem 19-jährigen Jüngling angesprochen, der für das Be-

stehen der Führerscheinprüfung lernte, sah ich mich leider wieder gezwungen, nach der Beichte meines Studienfachs meinen Kaffee selbst zu bezahlen. Der Ruf der Mathematik sorgte immer wieder dafür, dass man sich von seinem Studium nicht zu sehr ablenken konnte. Schlimmer ist, dass der Ruf der Mathematik dafür sorgt, dass sich viele nie ernsthaft an ihr versuchen.

Bedanken möchte ich mich nun für die Gelegenheit, Ihnen etwas von unserem Mathematikstudium zu erzählen. Liebe Kommilitonen und Kommilitoninnen, ich bin überzeugt, dass sich einige von Euch in den angesprochenen Erinnerungen wiederfinden; vielleicht gibt es aber auch den einen oder anderen Aspekt, der nur meinen persönlichen Erlebnissen entspringt. Und es existieren weitere Geschichten aus unserem Studium, die ich nur aus Euren Erzählungen kenne. Da gibt es Euch, meist Wirtschaftsmathematiker, die vielleicht durch ihr Studium spazierten bis sie dann auf W-Theorie trafen; Euch, die sich heute – das Studium ist längst eingemottet – schon in ganz anderen Welten zuhause fühlen und Euch, die bleiben und promovieren und die in diesem Haus noch einmal eine andere Atmosphäre kennenlernen.

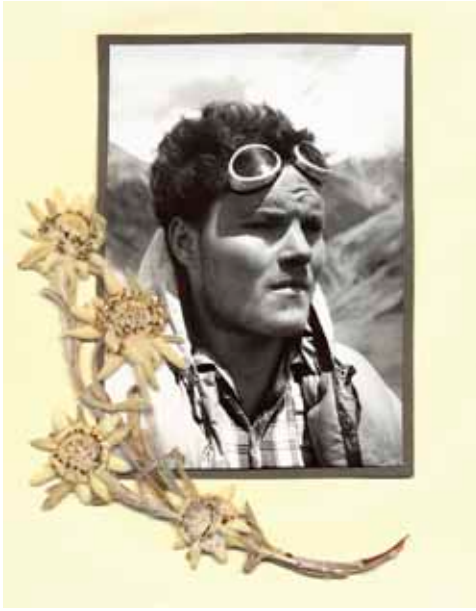
Ich glaube aber, mindestens eines haben wir alle gemeinsam:

Wir trafen hier auf Herausforderungen, die uns zeigten, wie zufrieden das „Über-sich-Hinauswachsen“ machen kann. Herausforderungen mit diesem Potenzial wünsche ich Euch auch in Eurer zukünftigen beruflichen Tätigkeit. Für die Wahl Eures Berufsfeldes wünsche ich Euch ein besonders geschicktes Händchen und das nötige Quäntchen Glück. Alles Gute!

Vielen Dank.

Nike Engelhardt

Jürgen Wellenkamp – ein Leben am Limit



Begeisterung fürs Bergsteigen ...

Jürgen Wellenkamp wurde am 15. Oktober 1930 als Sohn des Schriftstellers Bruno Wellenkamp und der Nationalökonomin Dr. Leonore Wellenkamp in Bad Reichenhall geboren. Damit ist er zum Glück zu jung, um als Flakhelfer oder zur Wehrmacht eingezogen zu werden, aber alt genug für eine Abordnung zu einem Arbeitseinsatz beim Hopfenzupfen im Sommer 1944, der mit einem Dumme-Jungen-Streich endet: Beim Bauern entdeckt er einen Kälberstrick, der sich so gut als Kletterseil geeignet hätte ... Er wird erwischt, sehr hart bestraft und zu allem Überfluss auch noch von der Schule verwiesen – bis Kriegsende muss er nach Salzburg zur Schule, danach darf er wieder an die Oberrealschule (heute Karlsruhgymnasium) in Bad Reichenhall zurückkehren.

Prolog

Mehrfach hatte ich schon einen der tollen Diavorträge von Heinz Steinmetz erleben dürfen, immer wieder war darin von „Jürgen Wellenkamp“ die Rede, im Januar sprach dann Heinz Steinmetz etwas präziser vom „Mathematikstudenten Jürgen Wellenkamp“. Natürlich fragte ich gleich nach und erfuhr, er hatte tatsächlich an unserem Institut studiert. Sogleich stürzte ich mich auf dieses Thema, und je mehr ich recherchierte und je tiefer ich mich in die Materie versenkte, desto mehr war ich vom Lebenslauf und den grandiosen Leistungen Jürgen Wellenkamps fasziniert. Zu meiner großen Überraschung fanden sich über sein Studium hinaus noch weitere Verbindungen zu unserem Institut. So holt der folgende Bericht ein Stück Instituts-geschichte aus der Vergessenheit, bei dem es sehr schade gewesen wäre, wenn es für immer verloren gegangen wäre.

Apropos Klettern: Schon mit 13 Jahren beginnt er im Mai 1944 sein erstes Berg-tagebuch, in dem er akribisch in knappen Worten seine Touren dokumentiert. Einen ersten Höhepunkt gibt's im August 1944: In einer mehrtägigen Tour erreicht er am 11.8. den Gipfel des Großglockner und genießt eine herrliche Aussicht. Ansonsten aber grast er die bekannten Gipfel und Wände der Berchtesgadener Alpen ab: Montgelas-nase, Göllwestwand, Untersberg-Südwand, Überschreitung der Watzmannkinder, Wiederoute aufs Hocheck, Gölltrichter, Barthka-min, Watzmann-Ostwand, Mühlsturzkante ... Sorgfältig steigert er die Schwierigkeit der Touren, viele wiederholt er so oft, bis er sie perfekt beherrscht. Im März 1946 erleidet er in einem Steinschlag einen Schädelbruch – zwei Wochen Krankenhaus sind die Folge. Kurz darauf geht's wieder jedes Wochenende in die Berge.



Barfuß im Fels

Dabei sind die äußeren Verhältnisse alles andere als ideal. Jürgen Wellenkamp ist permanent hungrig – ein Mittel dagegen ist Blutspenden, für das er jedes Mal mit einem Fresspaket entlohnt wird. Im Sommer geht er jedes zweite Wochenende mit seiner Schwester Leonore zum Beerenpflücken, zum Eintausch bei Bauern gegen Fleischdosen für die Familie. Auch die Ausrüstung bleibt primitiv, in der Regel klettert er barfuß.

Begleitet wird Jürgen Wellenkamp auf seinen Touren von seinem Schulfreund Fritz Riegel und anderen Bad Reichenhaller Freunden. Erst im Sommer 1946 tauchen im Bergtagebuch ganz neue, überraschenderweise sehr vertraute Namen auf.

... und Mathematik

1934 wurde der Mathematiker Friedrich Karl Schmidt an die Universität Jena berufen, bekam allerdings sehr bald Schwierigkeiten mit den Nationalsozialisten, da er sich weigerte, seine jüdischen Kollegen und seine Treue zum katholischen Glauben zu verleugnen. 1941 gab er seine Lehrtätigkeit in Jena auf, wurde Mitarbeiter der Deutschen Forschungsanstalt für Segelflug in Ainring nahe Freilassing und zog mit seiner Familie nach Bad Reichenhall. Seine Frau Josefine, ebenfalls Mathematikerin, unterrichtete in den Folgejahren an der Oberschule in Bad Reichenhall. Zu ihren Schülerinnen zählten u.a. ihre Tochter Christa und deren Freundin und Klassenkameradin Leonore Wellenkamp, die ältere Schwester von Jürgen Wellenkamp. Die freundschaftliche Beziehung der beiden Familien sollte weitreichende Folgen haben.

Im November 1945 nimmt F. K. Schmidt seine Lehrtätigkeit an der Universität Jena wieder auf. Zu seinen ersten Studenten zählen Friedrich Kasch (ab 1963 Ordinarius an unserem Institut) und dessen spätere Gattin Ursula Wolf, die er im Sommer 1946 erstmals zu einem Besuch in Bad Reichenhall mitnimmt. Auf Vermittlung von Josefine Schmidt unternimmt in der Folgezeit Jürgen Wellenkamp sowohl mit Friedrich Kasch als auch mit Ursula Wolf zahlreiche Klettertouren. Einige Einträge aus dem Bergtagebuch im Jahre 1946: „29/8-2/9 Mit Friedrich Kasch aus Weimar auf die Kühroint. Direkte Westwand vom Kleinen Watzmann, direkte Hocheck Ostwand. Schwere Kletterei, weil es so nass war. Haustürlriss“, „8.9. Mit Friedrich Kasch Barthkamin (Untersberg)“ oder im Jahre 1947: „23./24. August Mit Friedrich

Kasch und Ursula Wolf Haustürliss und Direkte Westwand vom Kleinen Watzmann“.

Im Frühsommer 1948 legt Jürgen Wellenkamp das Abitur an der Oberrealschule in Bad Reichenhall ab. F. K. Schmidt, der 1946 einen Ruf an die Universität Münster annahm, vermittelt ihm die Möglichkeit, an dieser Universität Mathematik zu studieren, was allerdings zunächst mit einem Semester Arbeits-einsatz erkaufte werden muss: Jürgen Wellenkamp hat die Aufgabe, die Schwedenspei-sung – ein Hilfsprojekt des schwedischen Roten Kreuzes in der Not der Nachkriegszeit – zur Mensa in Münster zu fahren.

Im Sommersemester 1949 beginnt er sein Diplomstudium. Dabei begegnet er wieder Friedrich Kasch und Ursula Wolf, die 1946 mit F. K. Schmidt von Jena nach Mün-ster kamen. Offenkundig geht Jürgen Wel-lenkamp das Studium mit großem Elan an. Schon ab dem 2. Semester belegt er viele Lehrveranstaltungen, die weit über das üb-

liche Programm hinausgehen, insbeson-dere bei Hans Hermes und Heinrich Scholz Vorlesungen über Logik und Wis-senschaftstheorie sowie Vorlesungen über Mineralogie und Erdgeschichte. Zu seinen Dozenten zählen so bekannte Mathematiker wie Heinrich Behnke, Friedrich Sommer und Karl Stein (ab 1955 Ordinarius an un-serem Institut). Schon bald beschäftigt ihn F. K. Schmidt als Hilfsassistenten und schlägt ihn gemeinsam mit Behnke im August 1950 zur Aufnahme in die Studienstiftung des Deutschen Volkes vor. Zum 1.5.1951 wird er in die Stiftung aufgenommen und bis August 1954 gefördert.

Jürgen Wellenkamp hält es aber nicht mehr lange in Münster. Ihn zieht es wieder näher zu den geliebten Bergen, und nachdem schon 1950 die Freunde Friedrich Kasch und Ursula Wolf Münster in Richtung Göttingen verlassen hatten, wechselt er zum Wintersemester 1951/52 an die LMU München. Andere Namen tauchen im Studienbuch auf:

14

Hochschule: Münster
 Stud. Math. Wellenkamp Jürgen
 Sommer - Winter-Halbjahr 1950/51
 4. im Fachsemester

Geprüft für
 Wintersemester 50/51

15

Matr.Nr. d. Vorl. bzw.	Name des Dozenten	Gegenstand der Vorlesung, Übung oder Seminar	Wochen-stunden-wert	Termin- und Prüfungs-termin (Tag)	bei und Stundenpunkte für Deutscher Studierende (Tag)	Bemerkungen
584	F. K. Schmidt	Algebraische Analysis	2	5	27.2.51	
587	Sommer	Funktionslehre	4	0	27.2.51	
589	Stein	Kombinatorische Topologie	3	7.10	Stein	
591	Sommer	partielle Differentialgl.	2	0	27.2.51	Sommer
593	Lehmann	math. Logik, Fundamente	4	0		
585	Sommer	Höhere Algebra	4	0		
627	Kratzer	Elektrodynamik	6	0		
595	F. K. Schmidt	Lehrkursus Algebra	2	5	27.2.51	

Übersichtstabelle
 Studienbuch
 Schuljahr
 Abgabetermin
 Gebührensbeitrag
 D-1
 D-1
 D-1
 D-1
 D-1

Zusammen D-1
 Betrag erhalten
 Münster, den 18. 8. 1951
 Universitätskasse

die Physiker Fritz Bopp und Walther Gerlach sowie die Mathematiker Oskar Perron, Robert König, Robert Schmidt und Heinrich Tietze. Zugleich werden die Einträge im Bergtagebuch deutlich häufiger: An fast jedem Wochenende im Sommersemester 1952 ist er in den Bergen, sehr häufig mit dem Mathematiker Helmut Röhl, der 1949 bei König und Perron promovierte und später Professor wurde, zuletzt in San Diego. Erstaunlich ist, dass er sich nebenher noch für das Vordiplom vorbereiten kann, das er zwischen dem 11. und 27. Juli 1952 mit höchst erfreulichem Erfolg ablegt. Besonders schön muss die Prüfung in Reiner und Angewandter Mathematik gewesen sein, denn Robert König versah im Prüfungsprotokoll die Note I noch mit dem Kommentar „vorzüglich“.

Das Bergsteigen hat aber inzwischen eindeutig Vorrang. Symptomatisch dafür ist das Wochenende zwischen den beiden ersten Prüfungen am 11. bzw. 14. Juli, das er zusammen mit Helmut Röhl auf der Erinnerungshütte und in der Scharnitzsüdwand verbringt. In den Folgesemestern werden die Einträge im Studienbuch immer spärlicher: Im Sommersemester 1953 und endgültig ab dem Sommersemester 1954 belegt er keine Lehrveranstaltungen mehr – andere Ziele bestimmen fortan sein Leben.

Höhenflüge ...

Anfang Juli 1952 reift der Plan für eine besonders verwegene Tour. Lassen wir ihn selbst erzählen:

Nach der Durchsteigung der Laliderer-Nordwand im Karwendel sitzen mein Münchener Freund Bernd Huber und ich unter einem Überhang und warten ein Gewitter ab. Von

Plänen in den Westalpen reden wir: „Also in die Eigernordwand würde ich nie gehen, in eine so unberechenbare und gefährliche Wand.“ So heuchlerisch taste ich mich vor, um Bernds Meinung zu erforschen. „Doch, ich schon, bei gutem Wetter, einigermaßen guten Verhältnissen und in guter Kondition.“ Das will ich gerade hören. Von da ab ist alles nur eine Frage der Zeit.

Am 11. August ist es soweit: Mit einer größtenteils zusammengeliehenen Ausrüstung schwingen sie sich auf Bernd Hubers Horex, und über Konstanz und Zürich geht es zum Zuger See. Tags darauf stellen sie ihr Zelt am Fuße der Wand auf, neben dem Zelt von Karl Blach aus Wien. Der wartet vergeblich auf seine Kameraden, mit denen er ebenfalls die Wand durchsteigen will. Plötzlich



Damals noch nötig – ein Schweizer Visum. Rechts oben der Schweizer Einreisetempel

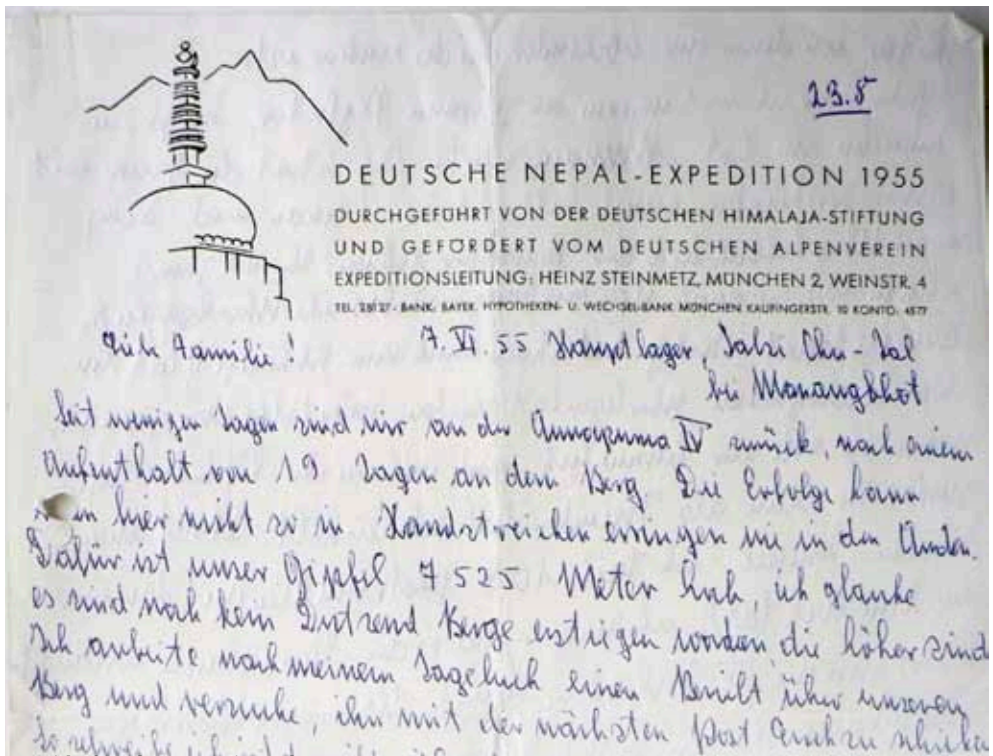
der Schock: Bernd Huber fühlt sich nicht in Form für das Unternehmen, doch kurz entschlossen machen nun Jürgen Wellenkamp und Karl Blach gemeinsame Sache – eigentlich ein unverzeihlicher Leichtsinns, haben sich die beiden doch gerade erst kennengelernt. Bernd Huber leiht noch Karl Blach die Steigseisen, und im ersten Morgenlicht geht es in die Wand. Sie folgen der Route der Erstbesteiger: Hinterstoißer-Quergang, erstes und zweites Eisfeld, Todesbiwak, drittes Eisfeld. Kurz danach müssen sie sich durch einen Wasserfall nach oben arbeiten. Am oberen Rand der Spinne biwakieren sie. Am folgenden Tag brauchen sie noch 7 Stunden für die letzten 350 Meter – die Wand ist total vereist –, dann stehen sie auf dem Gipfel. Es ist erst das zehnte Mal, dass die Wand bezwungen wurde.

Mit diesem Coup ist Jürgen Wellenkamp endgültig in die Bergsteigerelite vorgeedrungen. Schon vorher wurde er Mitglied des Akademischen Alpenvereins München (AAVM), der seit Jahrzehnten mit großen Expeditionen berühmt geworden war. Nun steht eine Nanga Parbat-Expedition auf dem Plan, organisatorisch betreut von Paul Bauer und mit zwölf jungen Aspiranten aus dem AAVM. Doch aus dem Plan wird nichts: Ebenfalls für das Jahr 1953 bereitet Karl Maria Herrligkoffer eine Expedition zum Nanga Parbat vor zum Gedenken an seinen 1934 an diesem Berg tödlich verunglückten Halbbruder Willy Merkl. Obwohl die Vorbereitungen schon weit fortgeschritten waren, verzichtet der AAVM auf den Nanga Parbat und bereitet statt dessen eine Kundfahrt in die Cordillera de Vilcanota nahe Cuzco in Peru vor. Ausgewählt werden für diese Kleinexpedition Jürgen Wellenkamp, Fritz März und Heinz Steinmetz, den Jürgen

Wellenkamp einige Zeit zuvor standesgemäß am Pendelquergang in der Schüsselkar-Südwand kennengelernt hatte.

Die drei starten am 9. Juni 1953, mit dem Schiff geht es von Genua nach Callao bei Lima und bald darauf wird das Standquartier auf der Hacienda Lauramarca bezogen. Zwischen dem 17. Juli und dem 22. August gelingt der Gruppe die Erstbesteigung von sieben Bergen – bei allen ist Jürgen Wellenkamp dabei, Campa I (5400 m) und die kühne Felsnadel des Surimani (5450 m) erobert er im Alleingang. Am Gipfel des höchsten Berges Ausangate (6384 m) werden sie vom berühmten Heinrich Harrer begleitet, der sich ihnen für einen Teil der Kundfahrt anschließt, es fehlt aber Heinz Steinmetz, den seine Kameraden tags zuvor völlig unterkühlt aus einer Gletscherspalte bergen mussten. Am Gipfel des Huayna Ausangate (5700 m) feiern sie die Ersteigung des Colque Cruz (6111 m). Auf den Fehler aufmerksam gemacht besteigen sie letzteren kurz danach. Am Ende bleibt noch Zeit für einige Ausflüge z.B. ins Amazonasbecken, dann geht es wieder heimwärts. Im Triumphzug werden sie am 12. Oktober in München gefeiert.

Das Jahr 1954 ist weniger spektakulär, u.a. mit Touren im Wilden Kaiser, den Dolomiten und rund um Chamonix. Aber Großes deutet sich an: Die Deutsche Himalaya-Stiftung hat schon seit Längerem die Genehmigung einer Expedition nach Nepal beantragt, nun liegt endlich die Zusage aus Kathmandu vor. Nach einigem Hin und Her stehen die Teilnehmer fest: Heinz Steinmetz (Leiter), Jürgen Wellenkamp, Fritz Lobbichler und Harald Biller. Die Aufgabe dieser allerersten deutschen Nepal-



anschließend sogar ohne deren Unterstützung, dann sind sie bereit zum Gipfelsturm, leider ohne Fritz Loblichler, der geschwächt im Lager II ausharren muss. Am 30. Mai um 17 Uhr 30 ist es geschafft: Erstmals ist nach der Annapurna I (8091 m; Erstbesteigung 1950) ein weiterer Hauptgipfel der Annapurna-Gruppe bezwungen.



Heinz Steinmetz und Harald Biller am Gipfel der Annapurna IV.
 Rechts im Hintergrund die Annapurna II (7937 m)

In Juni und Juli nehmen sie sich sechs Gipfel jenseits (d.h. nördlich) des Marsyanditals vor. Mitten in der Monsunzeit gelingt insbesondere in nur wenigen Tagen die Erstbesteigung des Kang Guru (7009 m). Am Ost-Chulu (6200 m) kommt es beinahe zur Katastrophe: Beim Abstieg werden Harald Biller und Heinz Steinmetz von einer Lawine mitgerissen, die auf die beiden an-

deren zurast. Wie durch ein Wunder kommt sie wenige Meter vor ihnen zur Ruhe; alle kommen mit geringen Blessuren davon.

Die Gruppe zieht weiter über den 5416 Meter hohen Thorungsepass (Thorung La)

in das Heiligtum Muktinath im Kalital. In den folgenden Wochen wandern sie weiter nach Norden bis an die Grenze zu Tibet und feiern weitere Gipfelerfolge im Damodar Himal, bevor es wieder nach Süden bis Pokhara geht. Nach einem weiteren Gipfel heißt es Abschied nehmen. Am 23. Dezember sind die vier wieder zurück in München. Die Ausbeute ist gewaltig: 11 Gipfel wurden erstmals bestiegen, 8 davon mit Jürgen Wellenkamp; Fritz Lobbichler hat die Fauna und Flora der bereisten Gebiete erforscht und Tausende von Schmetterlingen und anderen Insekten gesammelt – mehrere neu entdeckte Arten wurden nach ihm benannt; und last but not least haben die vier eine noch unberührte Kultur dokumentiert, von der bald viel im ausufernden Tourismus verloren gehen sollte.

... und Sturz

Das Jahr 1956 bringt zunächst einen neuen Höhepunkt im Leben von Jürgen Wellenkamp: Im April trifft er auf der Oberlandhütte mit Maurice Herzog zusammen, der 1950 mit Louis Lachenal die Annapurna I erstbestiegen hatte.

Er ist weiter fast pausenlos in den Alpen unterwegs. Am 22. Juli steigt er von der Alievi-Hütte im Veltlin vormittags mit drei Begleitern auf die Cima di Castello im Grenzkamm zur Schweiz, nachmittags erkundet er mit Werner Krahe die Zocca-Kante. Beim Abstieg gleitet er in harmlos erscheinendem Gelände aus, rutscht 80 Meter weit ab, stürzt 60 Meter tief auf ein Schneefeld und schlägt mit dem Kopf gegen einen Stein. Mit schweren Verletzungen, insbesondere einem Schädelbasisriss, bringen ihn italienische Bergsteiger ins Hospital in Morbegno. Am 29. Juli – man rechnet eher schon mit seiner Ge-

nesung – stirbt er an einer Embolie. Heinz Steinmetz schrieb:

Wir lagen irgendwo am Comer See, zerschlagen und elend und starteten schweigend in den Himmel hinauf ... Noch schmerzt die Schulter vom langen Weg vom Hospital zum Friedhof von Morbegno, zu dem wir ihn, eine Handvoll Freunde, getragen hatten ... In sein Grab haben wir den Pickel von der Annapurna gerammt.

Epilog

Die Entstehung dieses Artikels wurde insbesondere von Heinz Steinmetz und Jürgen Wellenkamps Schwester Leonore Rabl mit großem Interesse begleitet. Ich danke für viele Gespräche, die mir den Menschen Jürgen Wellenkamp und seine großartigen Leistungen nähergebracht haben. Mit Begeisterung habe ich in den Büchern geschmökert, die Heinz Steinmetz, zum Teil mit seinen Kameraden, geschrieben hat, und die Originalunterlagen bei Leonore Rabl gesichtet. Das Bildmaterial wurde weitgehend von Heinz Steinmetz, zum Teil auch vom Ehepaar Kasch, zur Verfügung gestellt. Ihnen allen sowie Helmut Röhrli, dem Archiv der LMU, der Studienstiftung des Deutschen Volkes und Jakob Braun, Vorstand des AAVM, darf ich für viele wertvolle Auskünfte danken.

Das Schlusswort überlasse ich Jürgen Wellenkamp selbst (Tagebucheintrag am Gipfel der Annapurna IV):

... bei mir ist es das Gefühl grenzenloser Einsamkeit, hier zwischen Erde und All, der Einsamkeit, die die beiden Gestalten dort, die Kameraden, vielleicht gar die Freunde nie von mir nehmen können.

Heiner Steinlein

Studying at The Beach!

Mein Name ist Alexander Kulesa und ich bin ein Student der aussterbenden Art, ein Diplomand. Tatsächlich sogar ein Exemplar der letzten Generation, die ihr Studium antreten durfte, bevor das Bachelor-/Master-System eingeführt wurde. Dies hat zur Folge, dass mir ein wenig mehr Freiheit und Zeit in meinem Studium vergönnt ist und ich diese entspannt in einem Auslandssemester am Strand verbringen konnte.

Nicht, dass ihr mich missversteht: Wenn ich sage ein Auslandssemester am Strand, meine ich natürlich die Studienzzeit an der California State University Long Beach, oder kurz an der Cal State Long Beach, oder noch kürzer an „The Beach“, wie sie liebevoll von den Studenten genannt wird. Oder auf Deutsch eben doch „Am Strand“. Aber von Anfang an:

Im Sommer 2010 reiste ich acht Wochen lang von Washington D.C. bis nach Las Vegas kreuz und quer durch die USA, und mein Herz blieb im sonnigen Kalifornien hängen. Also beschloss ich, mich für ein Semester an der CSU Long Beach einzuschreiben. Der Name klang vielversprechend, ihr Kursangebot ähnelte sehr dem der LMU und in der Nähe gab es ein nettes Haus, das als Studenten-WG genutzt wurde und ein Zimmer für mich frei hatte.

Also noch schnell einen TOEFL-Test bestehen und mich durch die Mühlen der Studentenvisum-Anträge kämpfen, und schon konnte ich am 16. Januar 2011 in den Flieger nach L.A. steigen. Was dummerweise noch vor der Klausurzeit an der LMU war, die ich eigentlich nicht verpassen wollte. Aber auch hier zeigte sich wieder, dass Professoren und Prüfungsamt sehr entgegenkommend sein können, wenn man sie höflich und rechtzeitig um einen Gefallen bittet. So durfte ich die entsprechenden Klausuren entweder durch

mündliche Prüfungen ersetzen oder in Long Beach unter Aufsicht einer amerikanischen Professorin schreiben. An dieser Stelle nochmal ein Dankeschön an die Verantwortlichen: Dankeschön!

Kaum angekommen holte ich mir einen Sonnenbrand beim Warten auf den Bus – im Januar! Da wusste ich, dass ich tatsächlich in Kalifornien angekommen war, denn wo sonst gibt es im Winter strahlenden Sonnenschein und ein vergleichbar langsames öffentliches Verkehrsnetz.

Zur Einführungswoche an der Uni hab ich es dann aber doch pünktlich geschafft, und erfuhr endlich, was die Uni mit den horrenden Studiengebühren anfängt. Sie baut z.B. ein Studentenzentrum mit Spiele-Konsolen-Raum, Bowling-Bahnen und Kino oder einen Fitnesskomplex mit Indoor-Laufbahn für ein paar Millionen, und schließlich muss ja auch jemand täglich den wunderschönen Rasen mähen. Das kostet halt.

Glücklicherweise fließt der Großteil der Gebühren dann doch in die Lehre, und so fand ich mich in Kursen wieder, die maximal von dreißig Studenten besucht wurden. Wobei die Dozenten sozusagen Professor, Assistent und Tutor in einem waren. Sie hielten die Vorlesung, stellten und korrigierten die Hausaufgaben und sorgten sich sogar um ihre Studenten: Als ich es einmal einfach nicht aus dem Bett zur morgendlichen Vorlesung geschafft hatte, hat mich mein Dozent in der nächsten Vorlesung tatsächlich gefragt, ob ich krank war und ob nun alles wieder in Ordnung sei.

Das war zwar sehr nett, aber in Kombination mit den benoteten Hausaufgaben und den üblichen drei Zwischenklausuren fühlte ich mich dann doch sehr an die Schulzeit erinnert und fragte mich, ob sie uns ein selbst-

ständiges Arbeiten ohne ständigen Notendruck und Aufsicht schlicht nicht zutrauen. Wird man so zu einem verantwortlichen jungen Erwachsenen? Eher nicht, aber doch zu einem guten Mathematiker, denn der beständige Zwang zum Üben schadet zwar der Freizeit, nicht aber der Ausbildung. Überhaupt waren die Übungsaufgaben in der Regel zahlreich und durchaus knifflig, und entsprechend gut war ich auf die Klausuren vorbereitet.

Die Freizeit, die mir blieb, verbrachte ich dann tatsächlich nicht am Strand, sondern größtenteils singend mit ein paar Kommilitonen. Denn deswegen hatte es mich ja gerade in diesen Teil Kaliforniens verschlagen – in das Dreieck Long Beach, Santa Fe Springs, Anaheim, in dem zwei der besten Barbershop-Chöre der Welt proben, die „Masters of Harmony“ und „The Westminster Chorus“. Barbershop? Kennt ihr nicht? Kein Wunder. Barbershop ist eine Richtung des A-cappella-Gesangs, ein bisschen wie die Comedian Harmonists (nur ohne Klavierbegleitung), und selbst im Barbershop-Mutterland, den Vereinigten Staaten, kennt es kaum jemand. Dabei kommt Barbershop immer wieder mal als Gag in TV-Serien vor: Homer Simpson sang im Barbershop-Quartett „Be Sharps“ und auch Ted aus „Scrubs“ hat sein eigenes Quartett, oder wie Penny es in „The Big Bang



Studenten-WG-Haus

Theory“ ausdrückt: „Das sind dann also die Nerds unter den Physikern“.

Jedenfalls wird Barbershop in kaum einem Winkel der Welt so gut gesungen wie in Südkalifornien, und so wurde dieses halbe Jahr zur musikalischen Erfahrung meines Lebens, und alleine dafür hatte sich die Reise schon gelohnt.

Wenn ich dann mal nicht Übungsblätter löste oder Chorrepertoire auswendig lernte, war ich in der Regel auf einem der Sportplätze des Campus zu finden. Aus dem vielfältigen Angebot der Uni hatte ich mir Schwimmen, Volleyball und Bogenschießen herausgepickt und konnte mir so die regelmäßigen Besuche im Campus-eigenen Foodcourt leisten. Denn wer braucht noch eine Mensa, wenn er Subway, Carls Jr., Pizza- und Thai-Take-away direkt im Zentrum des Campus hat? Da überrascht dann der Starbucks im Eingangsbereich der Bibliothek schon gar nicht mehr.



Masters of Harmony

Die Cal State Long Beach ist eben eine Stadt in der Stadt, mit eigenem Wohngebiet, eigener Polizeistation, eigenem Basketballstadion und eigenem Stolz. Und dieser typisch amerikanische Stolz auf seine Uni ist unglaublich ansteckend. Kaum ein paar Tage vergingen, bis ich voll ausgerüstet mit LB Sweatshirt und



Basketballstadion



T-Shirts über den Campus streifte und dem Spiel am Samstag gegen Fullerton entgegenfieberte. Denn Fullerton liegt gleich um die Ecke, und deren „Elephants“ durften einfach nicht gegen unsere „49ers“ gewinnen. Stellt euch nur mal zum Vergleich vor, dass die ganze LMU wie ein Bienenstock summt, weil am Wochenende das Derby gegen die TU ansteht. Gibt es sowas überhaupt?

Wenn ihr also ein wenig den amerikanischen Traum träumen, völlig absurden Stolz über irgendeinen sportlichen Erfolg einer Uni-Auswahl fühlen und schon immer einen Starbucks in der Bibliothek haben wolltet, verbringt ein Auslandssemester in den USA – ich kann es nur empfehlen.
GO BEACH!

Alexander Kulessa

Anzeige

Fachbuchhandlung + Medienservice

 **KARL RAU**

Sortiment



Architektur Bauliteratur BWL Chemie
Datenverarbeitung Elektrotechnik
Geowissenschaften Informatik
Management Maschinenbau
Mathematik Physik Sprachen VWL

Service

Unabhängige, qualifizierte Beratung

Beschaffung von Medien aller Art:

- Bücher, Zeitschriften, Loseblattwerke, CD-ROM, Online-Datenbanken etc.
- Neue und antiquarische Titel aus dem Inland und Ausland

Speziell für Organisationen:

Unser Service "Alles aus einer Hand"

KARL RAU e.K.

Theresienstraße 100, 80333 München

Tel. 089 3090 568 40

info@karl-rau.de

Fax 089 3090 568 49

www.karl-rau.de

Heute vor 18:00 bestellen, morgen ab 8:00 abholen! *

* Gilt in der Regel für Bücher, die Sie von Montag bis Freitag vor 18:00 Uhr bestellen. Am Samstag bestellen Sie bitte vor 12:00 Uhr. Dann können Sie die Bücher in der Regel schon am Montag ab 8:00 Uhr abholen :-)

Karrieren

Forschen bei Siemens

Der erste Versuch wurde abgebrochen, ehe er auch nur ernsthaft begonnen hatte. Eingeschrieben für das Mathematikstudium an der LMU erreichte mich in der ersten Vorlesungswoche die eher unfreundliche Aufforderung, mich zum Zivildienst in einem Altenerholungsheim einzufinden. Da die Dienstdauer damals noch aus Abschreckungsgründen bei 16 Monaten lag, war klar, dass der zweite Versuch in einem Sommersemester starten würde, also mit dem Handicap eines ziemlichen Spätstarts. Als dann aber die Professoren der Anfängervorlesungen nach erstem Zögern („Machen Sie halt eine Weltreise bis November“) doch sehr kooperativ Skripten, Übungen und Buchempfehlungen für das verpasste erste Semester zur Verfügung stellen, konnte das Studium losgehen.

Geendet hat es mit Diplom und Promotion bei Professor H. G. Kellerer, dessen Verständnis der Mathematik mich sicher am meisten und entscheidend geprägt hat. Er war, sowohl in den Ergebnissen seiner Forschung als auch in der Art seiner Vorlesungen, von einer einzigartigen Brillanz. Diplom- und Doktorarbeit lagen auf dem Gebiet der topologischen Maßtheorie. Diese beschäftigt sich mit (Wahrscheinlichkeits-)Maßen auf beliebigen topologischen Räumen. Mein Ziel war es Aussagen über topologische Eigenschaften von gewissen, häufig benötigten maßwertigen Abbildungen (etwa Addition, Produktbildung, Projektion) von ihren bisherigen, überflüssigen Voraussetzungen (zum Beispiel Metrisierbarkeitsannahmen) an die zugrundeliegenden topologischen Räume zu befreien.

Trotz dieses erkennbar nicht von Applikationen aus dem richtigen Leben motivierten Forschungsthemas machte mir Professor

W. Büttner von der zentralen Forschungseinrichtung der Siemens AG dann das Angebot, mich dort einer etwas industrienäheren Art von Mathematik zu widmen. Die zugrundeliegende Idee, dass es leichter ist, als ein „zu reiner“ Mathematiker eine stärker „anwendungsorientierte“ Mathematik zu betreiben als umgekehrt, kann ich auch nach mittlerweile knapp 20 Jahren Industriemathematik nur bestätigen. Jedenfalls unterschrieb ich dann bei der Siemens AG.

Das erste Thema war die stochastische Modellierung hochfrequenter U-Bahn-Linien. Sowohl die Ankunftszeiten der Passagiere und deren Ein- und Aussteigezeiten, als auch die Fahrzeiten zwischen den Stationen unterliegen starken stochastischen Schwankungen, die sich im ungünstigen Fall so aufschaukeln können, dass an einigen Stellen große Lücken zwischen aufeinanderfolgenden Zügen und gleichzeitig an anderen Stellen Staus auftreten. Die entstehenden Markovketten, die in einer verallgemeinerten Form schon von Kellerer untersucht worden waren, können durch Regelungsvariable so beeinflusst werden, dass das Gesamtsystem stabil und optimal betrieben werden kann. Am Ende entstand dadurch eine Zugdispositionssoftware, die mit weniger Zügen einen höheren Kundennutzen garantiert.

Die zentrale Forschung von Siemens kann im Prinzip vom ganzen Konzern eingesetzt werden. Deswegen ist auch die zweite Applikation, die ich hier aufführen will, relativ weit von der ersten entfernt. Es geht um den optimalen Betrieb von Walzwerken in der Stahlproduktion. Zum Beispiel wird ein Endlosband aus Stahl an einer Reihe von Aggregaten verschiedenen Behandlungsschritten unterzogen (Beizen, Walzen etc.). Die Aggregate haben sehr unterschiedliche Ge-



Von Siemens ausgerüstetes Grobblechwalzwerk der Dongkuk Steel Mill Co. Ltd. in Dangjin, Korea



Golden-DRAGON-Plus LED der Siemens-Tochterfirma Osram

schwindigkeiten mit denen das Endlosband durchgezogen wird, aber auch sehr verschiedene Stillstandszeiten. Weiterhin variieren diese Zeiten für verschiedene Teilstücke des Bandes. Um all diese Schwankungen abzufangen werden zwischen den Aggregaten Bandspeicher installiert. Aufgabe ist es nun, alle Aggregate und Puffer bei gegebenen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsgrenzen durchsatz- und qualitätsoptimal zu steuern. Gelöst habe ich dieses Problem mit Methoden der linearen und der dynamischen Optimierung. Die Inbetriebsetzung solcher Algorithmen gehörten zu den bemerkenswertesten Momenten meiner Industrietätigkeit: Zu sehen, wie Aggregate dieser Dimension nach der eigenen mathematischen Pfeife tanzen, ist unbezahlbar.

Während das vorherige Beispiel die Optimierung kontinuierlicher Variablen (etwa Geschwindigkeiten) betraf, geht es bei der letzten Anwendung um reine Kombinatorik. Die Produktion von Leuchtdioden (LEDs) startet mit Wafern, auf denen sich tausende Chips befinden, die aufgrund von Zufälligkeiten im Produktionsablauf sehr unterschiedliche Eigenschaften (Helligkeit, Wellenlänge) besitzen

können. Diese Chips werden nun in entsprechend viele Gehäuseformen eines Typs eingebaut. Das Resultat sind LEDs mit der entsprechenden Streuung der physikalischen Parameter. Die Kombinatorik entsteht nun einerseits daraus, dass jeder Wafer mit verschiedenen Gehäuseformen und jede Gehäuseform mit verschiedenen Wafern kombiniert werden kann und andererseits aus der Tatsache, dass jeder Kunde einen ganzen Bereich von Helligkeitswerten und Wellenlängen akzeptiert und jede LED für verschiedene Kunden geeignet wäre. Ziel ist also ein Algorithmus, der diese Zuordnungen so vornimmt, dass die Kundenwünsche optimiert und die Ressourcen (das Waferlager) dabei nachhaltig behandelt werden. Während man auf der einen Seite sagen kann, dass diese Art der Mathematik am weitesten von meinem Ausgangspunkt entfernt ist, so ist doch diese Applikation diejenige mit der größten Auswirkung auf die Siemensbilanz. Ein Fazit? Wenn man sehen will, wie überall auf der Welt Mathematik Spuren hinterlässt, dann ist Industriemathematiker bei einem Global Player keine schlechte Berufswahl.

Andreas Schief

Probestudium Mathematik – LMU-Mathe- Sommer 2012

3. bis 7. September 2012

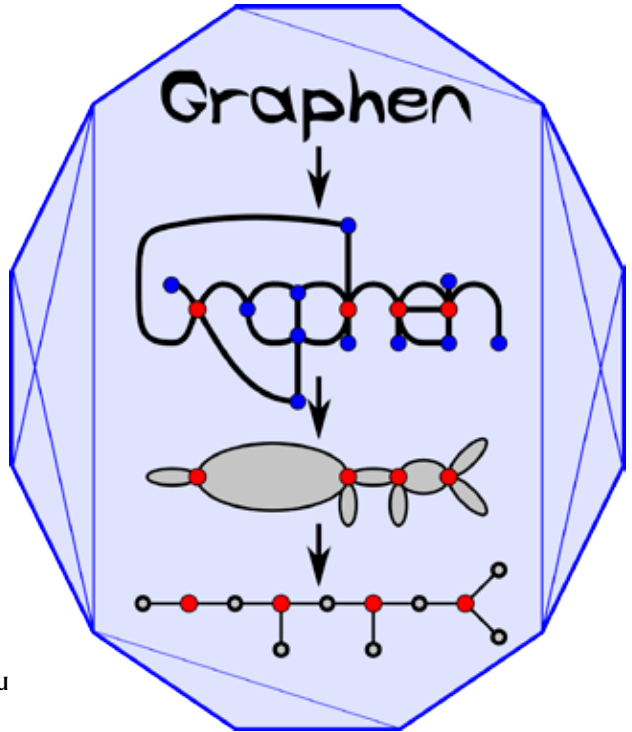
Graphentheorie

oder:

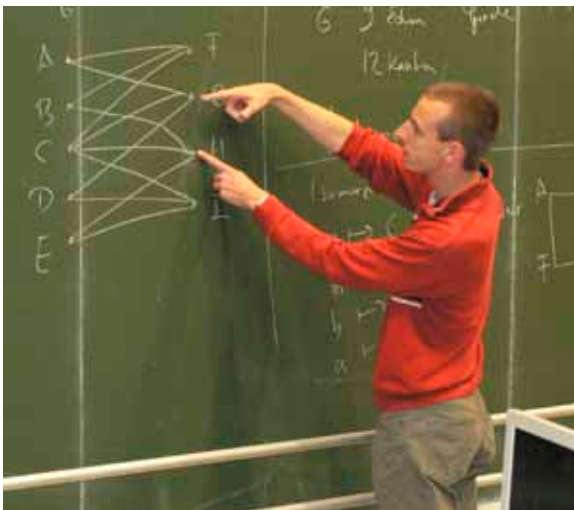
die Mathematik von FACEBOOK

Leiter:

Prof. Dr. Konstantinos Panagiotou
Robert Graf



Der LMU-Mathe-Sommer bietet Ihnen einen Einblick ins Studium mit seinen typischen Veranstaltungen sowie die Gelegenheit, ein spannendes Gebiet der Mathematik näher kennenzulernen und in kleinen Gruppen interessante Problemstellungen selbstständig zu lösen. Die Teilnahme wird Ihnen den Einstieg ins Mathematik-Studium und in verwandte Studiengänge erleichtern.



Das Thema

Ein Graph besteht aus einer Menge von Knoten und einer Menge von Kanten, die Verbindungen zwischen den Knoten kennzeichnen. Mit Hilfe dieser einfachen mathematischen Struktur lassen sich viele Objekte, die wir aus dem alltäglichen Leben kennen, beschreiben:

- Die Knoten stellen Menschen dar, und zwei Menschen sind durch eine Kante verbunden, wenn sie befreundet sind. (Somit kann man sich FACEBOOK als einen riesigen Graphen vorstellen, der mehr als 800.000.000 Knoten hat.)



- Die Knoten stellen Städte dar, und zwei Städte A und B sind durch eine Kante verbunden, wenn es eine Straße gibt, die A und B direkt verbindet. (Jedes Navigationsgerät repräsentiert das gesamte Straßennetz durch einen solchen Graphen.)

- Die Knoten sind die Neuronen unseres Gehirns, und zwei Neuronen sind durch eine Kante verbunden, wenn sie miteinander „verdrahtet“ sind.

- ... und vieles mehr.

Im Rahmen der einwöchigen Vorlesung werden wir eine kleine Tour durch die mathematische Theorie der Graphen machen. Wir werden auch sehen, was der berühmte Mathematiker Euler mit dem Haus vom Nikolaus

gemeinsam hat, wieso das Navi meistens den besten Weg findet, warum Online-Heiratsmittler so viel Geld verdienen, und wie Amazon seine Waren lagert. (Das sind wirklich alles Graphenprobleme!)

Wie läuft der LMU-Mathe-Sommer ab?

Vormittags wird täglich eine Vorlesung stattfinden. Am Nachmittag gibt es Übungen in kleinen Gruppen, Exkursionen in Münchner Museen und Kunstausstellungen, Kurzvorträge zu mathematischen Themen, sowie zum Ausklang eine Abschlussfeier.

Welche Vorkenntnisse sind nötig?

Vorausgesetzt werden die Lerninhalte der Jahrgangsstufe 9 in Mathematik. Sollten Sie die 9. Jahrgangsstufe noch nicht abgeschlossen haben, setzen Sie sich bitte mit uns in Verbindung.

Was kostet die Teilnahme?

Eine Teilnahmegebühr wird nicht erhoben. Die Arbeitsmaterialien für die Übungen werden gestellt. Die mittägliche Verpflegung in der Mensa (freiwillig) kostet 3 – 4 € pro Tag. Anreise- und Übernachtungskosten müssen Sie leider selbst tragen. Wir informieren Sie aber gerne über günstige Übernachtungsmöglichkeiten.

Weitere Informationen finden Sie hier:

Mathematisches Institut
LMU München
Kontaktbüro Probestudium
Dr. Gabriela Wabnitz
Theresienstraße 39
80333 München
Telefon: 089 2180 4427
probestudium@math.lmu.de
<http://www.lmu-mathe-sommer.de>



Rätselecke

Globaler Frieden

Auf einem entfernten Planeten sind alle Staaten untereinander entweder Verbündete oder Kriegsgegner. Jeder Staat kann zu jedem Zeitpunkt allen seinen Verbündeten Krieg erklären und sich gleichzeitig mit allen seinen Kriegsgegnern verbünden. Es stellte sich heraus, dass auf diese Weise drei beliebige Staaten sich miteinander verbünden können. Ist ein globaler Frieden auf diesem Planeten möglich?

Parallelogramm

Lege aus Teilen zweier gleicher konvexer Vierecke ein Parallelogramm zusammen. Dabei können die Vierecke jeweils nur entlang höchstens einer Diagonale zerschnitten werden.

James Bond 007 – Im Geheimdienst Ihrer Majestät

Die sieben Agenten 001–007 müssen einer Observierungsordnung folgen, die nach dem folgenden Schema abläuft: Agent 001 observiert denjenigen, der den Agenten 002 observiert; Agent 002 observiert denjenigen, der den Agenten 003 observiert usw., wobei Agent 007 denjenigen observiert, der den Agenten 001 observiert. Wie sieht das Observierungsschema aus?

Nun ist ein vielversprechender Agent 008 dazu gestoßen und hat als Bewährungsprobe die Aufgabe bekommen, das traditionelle Observierungsschema für die neue Gruppe aus acht Agenten anzupassen und zu erweitern. Wird er es schaffen?

Spielkarten

Wir nummerieren einen Stapel von $2n$ Spielkarten von 1 bis $2n$ durch, beginnend mit der untersten Karte, und mischen die Karten nach dem folgenden Schema: Von unten nach oben ist die Reihenfolge nun $n+1, 1, n+2, 2, n+3, \dots, 2n, n$. Wir wiederholen dieses Mischen, bis erstmalig wieder die Karte 1 die unterste Karte ist. Sind dann auch die übrigen Karten wieder an ihrem ursprünglichen Platz im Kartenstapel?

Rätselecke

Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 25

Blätter

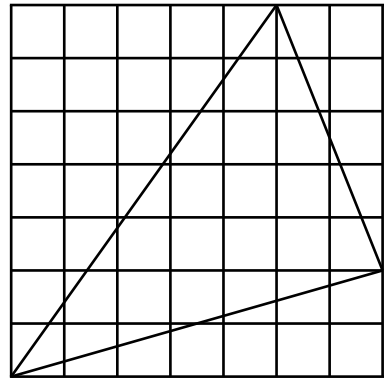
Auf dem Tisch sind ein paar gleiche rechteckige Papierblätter ausgelegt, so dass das oberste Blatt mehr als die Hälfte der Fläche jedes anderen Papierblattes bedeckt. Ist es bei einer solchen Anordnung stets möglich, eine Stecknadel senkrecht so zu stecken, dass sie gleichzeitig alle Blätter durchbohrt?

Steckt man die Nadel in den Mittelpunkt des obersten Blattes, so durchbohrt man alle darunterliegenden Blätter. Denn eine Halbebene, die den Mittelpunkt eines Rechtecks nicht bedeckt, überdeckt weniger als die Hälfte seiner Fläche.

Pyramide

Schneide ein Quadrat in 4 Teile, so dass man aus ihnen eine Pyramide, deren Basis ein Dreieck ist, formen kann, wobei die Seitenkanten verschiedene Längen haben sollen.

Schneidet man von dem skizzierten Quadrat das rechte obere Dreieck ab und klebt es gespiegelt an der gleichen Kante wieder an, so kann man aus der so entstandenen Figur leicht eine Pyramide falten.



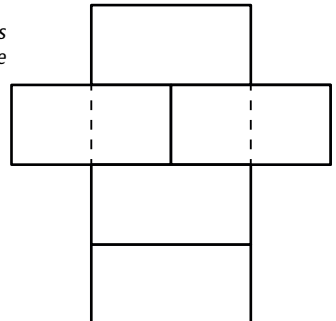
Montage

10 Arbeiter sollen 50 Produkte fertigen. Jedes Produkt muss zunächst lackiert und anschließend montiert werden. Die Lackierzeit beträgt 10 Minuten, die Montierzeit 20 Minuten. Nach der Lackierung muss das Produkt 5 Minuten trocknen. Wie müssen die Arbeiter in Lackierer und Montagearbeiter für die gesamte Zeit der Fertigung eingeteilt werden, damit die Arbeit in möglichst kurzer Zeit erledigt wird?

Mit drei Lackierern und sechs Montagearbeitern beträgt die Fertigungszeit 195 Minuten. Der Einsatz des zehnten Arbeiters verkürzt die Fertigungszeit nicht. Bei nur zwei Lackierern würde allein die Lackierzeit 250 Minuten betragen. Bei fünf Montagearbeitern wäre allein die Montagezeit 200 Minuten lang.

Quader

Aus 6 gleichen Quadraten lässt sich leicht die Mantelfläche eines Würfels zusammenkleben. Ist es möglich, aus fünf gleichen Rechtecken die Mantelfläche eines Quaders zu formen?



Ist Zeit kontinuierlich oder diskret?

Horst Osswald

Der Inhalt dieses Artikels ist die Ausarbeitung eines Vortrags, den der Autor am 17. 3. 2012 im Rahmen „Mathematik am Samstag“ für Abiturientinnen und Abiturienten gehalten hat.

Zeit spielt in unserem Leben eine wichtige Rolle. Wir sprechen von Arbeitszeit und auch von der Lebenszeit. Alle Wissenschaften, insbesondere die Philosophie und die Physik, haben die Zeit als Thema.

In der Photographie trickst man die Zeit aus durch Zeitraffer und Zeitlupe.

In der Musik spricht man von der Wahl der richtigen oder falschen Tempi in der Interpretation eines Werkes. Der große Komponist Gustav Mahler schreibt als Hinweis in den Partituren seiner Arbeiten hin und wieder: „etwas flotter“. Dieses Wort **flotter** könnte das Motto dieses Artikels sein.

In der Mathematik taucht Zeit auf im Zusammenhang mit stochastischen Prozessen. Das sind Funktionen f , die von Zufall und Zeit abhängig sind. Man kann $f(X, t)$ oft auffassen als „Gewinn“ zum Zeitpunkt t beim Zufallsverlauf X oder als den Ort, an dem ein Teilchen zum Zeitpunkt t beim Zufallsverlauf X erscheint.

Die alten Filme bestehen aus statischen Bildern, wobei sich jedes Bild von dem folgenden **diskret**, das heißt sprunghaft, unterscheidet. Wenn die Bilder schnell abgespielt werden, empfindet man die Bewegungen nicht als sprunghaft (diskret), sondern als kontinuierlich. Wir wissen, wie Filme funktionieren, weil sie von uns Menschen produziert werden. Die Zeit dagegen ist nicht von Menschen gemacht. Wir wissen nicht, ob sie wie bei Filmen in kleinen Sprüngen oder kontinuierlich verläuft, auch wenn wir sie meist als kontinuierlich empfinden.

Wo ist die Zeit für uns kontinuierlich, wo empfinden wir sie als diskret?

Wenn wir mit dem Fahrrad durch den Englischen Garten fahren, so haben wir das Gefühl, in jedem Bruchteil einer Sekunde ein Stück vorangekommen zu sein, das heißt, wir empfinden die Zeit als kontinuierlich.

Beim Münzwurf, bei dem wir Geld gewinnen, wenn Zahl erscheint, und denselben Betrag verlieren, wenn Wappen kommt, könnten wir die Zeit als diskret empfinden. Denn nur die Würfe zählen und nicht die Zeit, die zwischen den Würfungen liegt.

1 Zeit in der Mathematik

Die kontinuierliche Zeit in der Stochastik ist oft das Intervall $\mathbb{R}_0^+ = [0, \infty[$ oder auch ein Teilintervall davon. Die diskrete Zeit besteht aus der Menge $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ der natürlichen Zahlen oder aus einem Abschnitt von \mathbb{N} . Um das **Kontinuum** $[0, \infty[$ und die diskrete Menge \mathbb{N} vergleichen zu können, ersetzen wir \mathbb{N} durch

$$T_n := \left\{ \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n}, \frac{n+1}{n}, \dots \right\}$$

mit $n \in \mathbb{N}$. Diese Menge T_n ist ähnlich zu \mathbb{N} , nur mit einer anderen Zeitskala. Je größer man n wählt, um so kleiner wird $\frac{1}{n}$ und um so näher kommt man mit T_n an das Kontinuum $[0, \infty[$ heran, bleibt aber immer noch weit davon entfernt. Andererseits ist n potentiell unendlich, weil n immer größer gewählt werden kann. Leider kann man n in T_n nicht durch ∞ ersetzen, weil $\frac{\infty}{\infty}$ nicht definiert ist.

Damit ist der erste Versuch gescheitert, das Kontinuum $[0, \infty[$ durch diskrete Mengen T_n zufriedenstellend zu approximieren. Man kann eben mit ∞ nur eingeschränkt rechnen.

Es erhebt sich die Frage: Kann man in der Mathematik, ohne auf Widersprüche zu

stoßen, annehmen, dass wegen der Existenz des potentiell Unendlichen auch das de facto Unendliche existiert, mit dem wie mit reellen Zahlen gerechnet werden kann? Die Antwort der Frage ist JA, wie ich gleich skizzieren werde.

Wir beginnen mit einer Bemerkung: Man kann nicht beweisen, dass die Annahme der Existenz der Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen widerspruchsfrei ist. Das sagt der 2. Gödel'sche Unvollständigkeitssatz. Im Jahr 2006 haben wir den 100. Geburtstag von Kurt Gödel gefeiert. Die Mathematik ist eben nicht simpel, aber die Erfolge, die man mit ihr erzielt hat, rechtfertigen die Annahme, dass es die Menge \mathbb{R} und damit auch das Kontinuum $[0, \infty[$ gibt. Aus der Annahme der Existenz von \mathbb{R} folgt, ohne auf Widersprüche zu stoßen, die Existenz des de facto Unendlichen, mit dem man wie mit reellen Zahlen rechnen kann. Wir wollen etwas allgemeiner vorgehen.

Eine abzählbare Familie $\mathfrak{A} := \{A_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ von Mengen A_i heißt **potentiell saturiert**, wenn der Durchschnitt von je endlich vielen Mengen aus \mathfrak{A} nicht leer ist. Diese Familie heißt **de facto saturiert**, wenn der Durchschnitt aller Mengen aus \mathfrak{A} nicht leer ist. Zum Beispiel ist \mathfrak{A} potentiell saturiert, wenn A_i die Menge $\{n \in \mathbb{N} \mid i < n\}$ ist, aber nicht de facto saturiert. Es ist ein wohlbekanntes Ergebnis der Modelltheorie, dass man die übliche Mathematik so erweitern kann, dass aus der potentiellen Saturiertheit immer die de facto Saturiertheit folgt. Einen ausführlichen Beweis findet man zum Beispiel in dem Buch [8]. Die Idee des Beweises ist ähnlich zu dem Beweis in der Algebra, dass jeder Körper zu einem algebraisch abgeschlossenen Körper erweitert werden kann. Grob gesagt, adjungiert man immer wieder zu irreduziblen Polynomen Nullstellen. In dem modelltheoretischen Beweis adjungiert man immer wieder

zu potentiell saturierten Mengensystemen Objekte, die im Durchschnitt aller Mengen in diesem Mengensystem liegen. Man kann übrigens „abzählbar“ durch eine beliebige unendliche Kardinalzahl ersetzen.

Bei der Erweiterung der Mathematik zur **saturierten** Mathematik, in der alles potentiell Saturierte immer de facto saturiert ist, erweitert man \mathbb{R} zu ${}^*\mathbb{R}$ und die Addition $+$ auf \mathbb{R} zur Addition $*+$ auf ${}^*\mathbb{R}$, die Multiplikation \cdot auf \mathbb{R} zur Multiplikation $*\cdot$ auf ${}^*\mathbb{R}$ und die Kleiner-Relation $<$ auf \mathbb{R} zur Kleiner-Relation $* <$ auf ${}^*\mathbb{R}$. Mit den Elementen von ${}^*\mathbb{R}$ kann man genauso rechnen wie mit den reellen Zahlen, insbesondere ist $({}^*\mathbb{R}, *+, *\cdot, * <, 0, 1)$ ein angeordneter Körper. Allgemein kann man jede Menge A , insbesondere jede Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}$, zu einer Menge $*A$ erweitern. Diese Erweiterung ist **strikt**, das heißt, es gibt Elemente von $*A$, die nicht zu A gehören, dann und nur dann, wenn A unendlich ist. Wenn A endlich ist, dann ist $A = *A$. Weil \mathbb{N} unendlich ist, hat man $\mathbb{N} \subsetneq *\mathbb{N}$. Wir lassen „*“ weg, wenn es nicht missverständlich ist. Wähle ein $H \in *\mathbb{N}$, das nicht zu \mathbb{N} gehört. Man kann zeigen, dass $n * < H$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt. Somit ist H ein „Stellvertreter“ von Unendlich, denn auch das Unendliche zeichnet sich dadurch aus, dass es größer ist als jede natürliche Zahl. Weil ${}^*\mathbb{R}$ ein angeordneter Körper ist, ist $\frac{1}{H} * < \frac{1}{n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Wir ersetzen jetzt in T_n mit $n \in \mathbb{N}$ das n durch das unendliche H , das heißt, wir betrachten

$$T_H := \left\{ \frac{1}{H}, \frac{2}{H}, \dots, \frac{H}{H}, \frac{H+1}{H}, \dots, H \right\},$$

wobei nun T_H durch das unendlich große H limitiert wird. Jetzt ist $\frac{H}{H} = 1$, also wohldefiniert. Wir können H so groß wählen, dass jedes $n \in \mathbb{N}$ dieses H **teilt**, das heißt, man kann ein $k \in *\mathbb{N}$ finden mit $k * \cdot n = H$. Dann erhalten wir im Gegensatz zu T_n mit $n \in \mathbb{N}$ den folgenden Satz:

Satz 1.1 $\mathbb{Q}^+ \subseteq T_H$, wobei \mathbb{Q}^+ die Menge der positiven rationalen Zahlen ist.

Beweis: Jede positive rationale Zahl kann man darstellen als $\frac{m}{n}$ mit $n, m \in \mathbb{N}$. Wähle $k \in {}^*\mathbb{N}$ mit $k \cdot n = H$. Dann ist

$$\frac{m}{n} = \frac{k \cdot m}{k \cdot n} = \frac{k \cdot m}{H} < \frac{H^2}{H} = H.$$

Dies beweist, dass $\frac{m}{n} \in T_H$. \square

Damit ist die diskrete Menge T_H eine Idealisierung von \mathbb{Q}^+ so wie auch $\mathbb{R}^+ =]0, \infty[$, die Menge der positiven reellen Zahlen, eine Idealisierung von \mathbb{Q}^+ ist. Um nun $]0, \infty[$ mit T_H bequem vergleichen zu können, brauchen wir ein paar weitere wichtige Definitionen: Seien $\alpha, \beta \in {}^*\mathbb{R}$.

Die Zahl α heißt **infinitesimal**, wenn ${}^*|\alpha| < \frac{1}{n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Dabei ist ${}^*|\cdot|$ die Erweiterung der Betragsfunktion $|\cdot|$ auf die Zahlen in ${}^*\mathbb{R}$.

Zum Beispiel sind $0, \frac{1}{H}$ infinitesimal. Damit ist T_H eine diskrete Menge mit unendlich kleinen Sprüngen. In den üblichen reellen Zahlen ist 0 die einzige infinitesimale Zahl.

Die Zahl α heißt **limitiert**, wenn es ein $n \in \mathbb{N}$ gibt mit ${}^*|\alpha| < n$. Zum Beispiel sind infinitesimale Zahlen limitiert, $\frac{H}{H}$ ist limitiert, aber H ist nicht limitiert.

Wir sagen α ist **unendlich nahe bei** β oder α ist **dasselbe wie** β **bis auf einen unendlich kleinen Fehler** und schreiben dann $\alpha \approx \beta$, wenn $\alpha - \beta$ infinitesimal ist. In \mathbb{R} ist „ \approx “ dasselbe wie „ $=$ “, aber in ${}^*\mathbb{R}$ fallen diese Begriffe auseinander. Zum Beispiel ist $0 \approx \frac{1}{H}$, aber $0 \neq \frac{1}{H}$. Wir haben das folgende grundlegende Theorem:

Satz 1.2 $\alpha \in {}^*\mathbb{R}$ ist genau dann limitiert, wenn es ein $a \in \mathbb{R}$ gibt mit $\alpha \approx a$.

Beweis: Sei $\alpha \in {}^*\mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$ unendlich nahe bei α . Dann ist ${}^*|\alpha| < |a| + 1$. Also ist α limitiert. Ist umgekehrt α limitiert,

so ist

$$a := \sup\{b \in \mathbb{R} \mid b < \alpha\} \in \mathbb{R}.$$

Es müsste jetzt eigentlich klar sein, dass $a \approx \alpha$. \square

Dieses a ist durch α eindeutig festgelegt und wird mit ${}^\circ\alpha$ bezeichnet; a nennt man auch den **Standardteil von** α . Damit hat in ${}^*\mathbb{R}$ jede Zahl $a \in \mathbb{R}$ einen Hof von vielen Zahlen in ${}^*\mathbb{R}$, die unendlich nahe bei a liegen und in dem keine weitere reelle Zahl liegt. Man sagt auch, dass die nicht limitierten positiven Zahlen aus ${}^*\mathbb{R}$, also zum Beispiel unser H , **unendlich nahe bei** ∞ liegen. Der folgende Satz ist der Schlüssel zu einer Antwort auf die im Titel gestellte Frage.

Satz 1.3 Das Zeitkontinuum $]0, \infty[$ ist dieselbe Menge wie die diskrete Menge T_H bis auf einen unendlich kleinen Fehler.

Beweis Sei $r \in]0, \infty[$. In Analogie zur Eigenschaft der natürlichen Zahlen, dass jede nicht leere Teilmenge von \mathbb{N} ein kleinstes Element besitzt, gilt für ${}^*\mathbb{N}$: die Menge aller $n \in {}^*\mathbb{N}$ mit $r < \frac{n}{H}$ hat ein kleinstes Element k . Dann ist

$$\frac{k - 1}{H} < r < \frac{k}{H} < H.$$

Weil $\frac{k}{H} - \frac{k-1}{H} = \frac{1}{H} \approx 0$, gilt auch $\frac{k}{H} \approx r$, das heißt, r ist dasselbe wie $\frac{k}{H} \in T_H$ bis auf einen unendlich kleinen Fehler. \square

Damit ist T_H mindestens so groß wie die riesengroße Menge der reellen Zahlen. Andererseits kann man mit T_H arbeiten, als sei es eine endliche Menge, wie wir gleich näher erläutern. Jede feste natürliche Zahl ist absolut, das heißt, sie ist immer dieselbe Zahl in allen Modellen einer Axiomatisierung der Mathematik im Rahmen der Zermelo-Fraenkel Mengenlehre mit Auswahlaxiom. (Zum Beispiel ist die 6 als Note absolut schlecht.) Aber die Menge aller endlichen

Zahlen ist nicht absolut, weil sie unendlich ist und mit unserer kleinen endlichen Sprache Unendliches im Allgemeinen nicht beschrieben werden kann.

Nun kommen wir zu vier Anwendungen in der Mathematik.

2 Das Lebesgue Maß als Zählmaß

Lasst uns mit einem einfachen Beispiel beginnen. Wir haben 100 gleiche Münzen, die sich nur durch die Zahlen von 1 bis 100 auf der nicht sichtbaren Seite unterscheiden. Dann berechnet man die Wahrscheinlichkeit $P(A)$, dass man bei einer einzigen Wahl von irgendeiner Münze eine Münze mit einer Zahl aus der Menge $A := \{3, 5, 22, 37, 50, 69, 100\}$ zieht, wie folgt:

$$P(A) = \frac{|A|}{100} = \frac{7}{100},$$

wobei $|A|$ die Anzahl der Elemente von A ist. Diese Methode wenden wir jetzt auf die Menge $T_H^1 = \{\frac{1}{H}, \dots, \frac{H}{H}\}$ der H Zahlen von $\frac{1}{H}$ bis $\frac{H}{H}$ an. Dann stimmt T_H^1 bis auf einen unendlich kleinen Fehler überein mit dem kontinuierlichen Intervall $[0, 1]$. Sei A eine Teilmenge von T_H^1 . Dann berechnet man die Wahrscheinlichkeit $\nu(A)$, dass man bei einer einzigen zufälligen Wahl eine Zahl zieht, die zur Menge A gehört, wie folgt:

$$\nu(A) = \frac{|A|}{H} \in {}^* [0, 1].$$

Wir erhalten Wahrscheinlichkeiten mit Werten in $[0, 1]$, wenn wir definieren

$$({}^\circ \nu)(A) := {}^\circ (\nu(A)).$$

An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass nicht alle Teilmengen A von T_H^1 hier genommen werden dürfen, sondern nur die sogenannten **internen** Teilmengen. Mit diesem Nachteil erkaufen wir uns die Existenz von ${}^*\mathbb{R}$; ${}^*\mathbb{R}$ ist zwar angeordnet, aber kann nicht vollständig sein,

weil es keinen vollständig angeordneten Erweiterungskörper des Körpers der reellen Zahlen gibt. Der Körper ${}^*\mathbb{R}$ ist nur vollständig für die internen Teilmengen von ${}^*\mathbb{R}$. Die standard endlichen Teilmengen von T_H^1 sind zum Beispiel intern, die Mengen der Form *A sind intern und die internen Mengen haben prima Abschlusseigenschaften, die sogar besser sind als die Abschlusseigenschaften messbarer Mengen. Insbesondere sind Durchschnitt, Vereinigung und Differenz von internen Mengen wieder intern. Nicht interne Mengen heißen **extern**. In dem folgenden Satz erhalten wir interessante Beispiele von externen Mengen.

Satz 2.1 Sei $\{A_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ eine Menge von internen Mengen A_i , derart dass jedes A_i echte Teilmenge von A_{i+1} ist. Dann ist die Vereinigung A aller A_i extern.

Beweis: Angenommen A ist intern. Dann ist $\{A \setminus A_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ eine potentiell saturierte Menge von internen Mengen in unserer de facto saturierten Mathematik. Es gibt also ein $a \in A$ mit a nicht in A_i für alle $i \in \mathbb{N}$. Das ist ein Widerspruch! \square

Insbesondere folgt, dass abzählbar unendliche Mengen niemals intern sein können. Sie existieren also nicht in unserer erweiterten Mathematik. Auf den ersten Blick scheint dies ein schlimmer Nachteil der behandelten Theorie zu sein. Andererseits ist Satz 2.1 ein gutes Werkzeug im Zusammenhang mit Maßerweiterungen. Es folgt nämlich, dass jedes endlich additive Maß μ , definiert auf einer internen Algebra \mathcal{A} , automatisch σ -additiv ist, weil nach Satz 2.1 abzählbare Vereinigungen in \mathcal{A} zu endlichen Vereinigungen reduzieren. Hieraus folgt, wie der griechische Mathematiker Carathéodory, der an der Ludwig-Maximilians-Universität gelehrt und geforscht hatte, gezeigt hat, dass man μ zu einem σ -additiven Maß auf der von \mathcal{A} erzeugten σ -Algebra fortsetzen kann.

Nun sollen die Wahrscheinlichkeiten $(\circ\nu)(A)$ für interne $A \subseteq T_H^1$ auf eine große Klasse von externen Mengen $B \subseteq T_H^1$ ausgedehnt werden. Eine beliebige Menge $N \subseteq T_H^1$ (N kann auch extern sein) heißt $\hat{\nu}$ -**Nullmenge**, wenn B durch größere interne Mengen von beliebig kleinem Wahrscheinlichkeitsmaß approximiert werden kann. Mit anderen Worten: Das Infimum aller $\circ\nu(A)$ ist 0, wobei A alle internen Teilmengen von T_H^1 mit $N \subseteq A$ durchläuft. Eine beliebige Menge $B \subseteq T_H^1$ nennen wir **messbar**, wenn es ein internes $A \subseteq T_H^1$ gibt, so dass die Menge $A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ der Elemente, durch die sich A und B unterscheiden, eine $\hat{\nu}$ -Nullmenge ist. Die interne Menge A heißt dann eine ν -**Approximation** von B . Man kann $\hat{\nu}$ definieren durch

$$\hat{\nu}(B) = (\circ\nu)(A)$$

für alle messbaren Mengen B und für alle ν -Approximationen A von B . Es macht keine große Mühe zu zeigen, dass $\hat{\nu}(B)$ wohldefiniert ist, also nicht von der ν -Approximation A von B abhängt. Wir erhalten:

Satz 2.2 (P. Loeb [5])

(i) Die Menge $L_\nu(T_H^1)$ der messbaren Mengen ist eine σ -**Algebra**, das heißt, $T_H^1 \in L_\nu(T_H^1)$ und $L_\nu(T_H^1)$ ist abgeschlossen unter abzählbar vielen Vereinigungen und mit $B, B' \in L_\nu(T_H^1)$ ist auch die Differenz $B \setminus B'$ ein Element von $L_\nu(T_H^1)$.

(ii) $\hat{\nu}$ ist σ -**additiv**, das heißt, $\hat{\nu}(\emptyset) = 0$ und für jede Folge $(B_i)_{i \in \mathbb{N}}$ in $L_\nu(T_H^1)$ von disjunkten Mengen ist

$$\hat{\nu}\left(\bigcup_{i \in \mathbb{N}} B_i\right) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \hat{\nu}(B_i).$$

Wir werden im nächsten Abschnitt allgemeiner über diese sogenannten Loeb Räume $(T_H^1, L_\nu(T_H^1), \hat{\nu})$ sprechen.

Bis jetzt haben wir nur mit der diskreten Menge T_H^1 gearbeitet. Nun definieren wir: Teilmengen $L \subseteq [0, 1]$ heißen **Lebesgue messbar**, wenn die Menge $\tilde{L} := \{t \in T_H^1 \mid \circ t \in L\}$ aller $t \in T_H^1$, die bis auf einen unendlich kleinen Fehler zu L gehören, messbar ist. Man setzt nun

$$\lambda(L) = \hat{\nu}(\tilde{L}),$$

und kann leicht zeigen, dass λ tatsächlich das Lebesgue Maß auf dem Intervall $[0, 1]$ ist. Natürlich lässt sich diese Methode ausdehnen auf ganz \mathbb{R} und auf den \mathbb{R}^n mit $n \in \mathbb{N}$.

Es folgt nun, dass man das Lebesgue Integral schreiben kann als endliche Summe bis auf einen unendlich kleinen Fehler, endlich im Sinne von $^*\mathbb{N}$.

Dabei heißt eine interne Menge E **endlich im Sinne von $^*\mathbb{N}$** oder *** endlich**, wenn es ein $n \in ^*\mathbb{N} \cup \{0\}$ und eine interne bijektive Abbildung von E auf $\{1, \dots, n\}$ gibt. Beachte, dass $\{1, \dots, 0\}$ die leere Menge ist. Man setzt $|E| = n$ und nennt n die **Anzahl** der Elemente von E . Mit * endlichen Mengen kann man genauso umgehen wie mit den üblichen endlichen Mengen.

Hier begegnet uns eine Antinomie, die auf den ersten Blick widersprüchlich zu sein scheint, es aber nicht ist. Ist $n \in ^*\mathbb{N} \setminus \mathbb{N}$, so ist $E := \{1, \dots, n\}$ eine unendliche Menge, weil $\mathbb{N} \subset E$. Andererseits ist E endlich im Sinne von $^*\mathbb{N}$. Damit hat E zwei Kardinalitäten, intern ist E endlich, extern ist E unendlich. Dies ist nicht widerspruchsvoll, weil die Menge \mathbb{N} , mit der wir die Unendlichkeit von E nachgewiesen haben, nicht zu den internen Mengen in der de facto saturierten Mathematik gehört.

In dieser neuen saturierten Mathematik haben wir eine Erweiterung $^* \sum$ des Summenbegriffs \sum . Sei S eine Struktur, in der die Addition definiert ist. Die Summe \sum ordnet jeder endlichen Folge (a_1, \dots, a_n) in S , $n \in \mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$, die Summe $a_1 + \dots + a_n$ zu mit der rekursiven Definition $\sum \emptyset = 0$ und $\sum (a_1, \dots, a_{k+1}) = (\sum (a_1, \dots, a_k)) + a_{k+1}$. Die Erweiterung $^* \sum$ von \sum ordnet jeder * endlichen Folge in *S ihre Summe zu mit der analogen rekursiven Definition.

Hier haben wir eine Antwort auf eine mir oft gestellte Frage: Wie ist es möglich, ohne Grenzwertbetrachtungen über unendliche Folgen zu summieren?

3 Loeb Räume

Um von dem speziellen Loeb Raum im vorigen Abschnitt zu etwas allgemeineren Loeb Räumen zu kommen, startet man mit einem internen endlich additiven Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$. Teilmengen N von Ω heißen $\hat{\mu}$ -Nullmengen, wenn

$$\inf \{ \mu(A) \mid N \subseteq A \in \mathcal{A} \} = 0.$$

Eine beliebige Menge $B \subseteq \Omega$ nennen wir **messbar**, wenn es ein $A \in \mathcal{A}$ gibt (A ist dann intern), sodass $A \Delta B$ eine $\hat{\mu}$ -Nullmenge ist. Dann ist $\mathcal{A} \subseteq L_\mu(\mathcal{A})$, wobei $L_\mu(\mathcal{A})$ die σ -Algebra der messbaren Mengen ist. Die interne Menge A heißt dann eine μ -**Approximation** von B . Man definiert

$$\hat{\nu}(B) = (\mu \nu)(A)$$

für alle messbaren Mengen B und für alle μ -Approximationen A von B . Den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, L_\mu(\mathcal{A}), \hat{\nu})$ nennt man den **Loeb Raum über** $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$.

4 Die Brownsche Bewegung als Wurf mit ungezinkter Münze

Nun wollen wir einen wichtigen Begriff der Stochastik als Münzwurf einführen, wobei um unendlich wenig Geld gespielt wird,

nämlich um $\frac{1}{\sqrt{H}}$ Cent. Wir gewinnen also $\frac{1}{\sqrt{H}}$ Cent, wenn Zahl kommt, und verlieren $\frac{1}{\sqrt{H}}$ Cent, wenn Wappen nach einem Wurf oben liegt. Es ist unproblematisch $\frac{1}{\sqrt{H}}$ mit Zahl und $-\frac{1}{\sqrt{H}}$ mit Wappen zu identifizieren, was wir im Folgenden tun werden.

Lasst uns entlang der Zeitlinie T_H spielen, der erste Wurf findet statt zum Zeitpunkt $\frac{1}{H}$, der zweite Wurf zum Zeitpunkt $\frac{2}{H}$ usw., der n -te Wurf zum Zeitpunkt $\frac{n}{H}$ und schließlich der H^2 -te Wurf zum Zeitpunkt $\frac{H^2}{H} = H$. Man spielt also unendlich lange mit unendlich kleinen Pausen zwischen den Würfeln, also unendlich flott. Am Ende unseres Spiels, am Jüngsten Tag, ergibt sich ein H^2 -Tupel $X = (X_{\frac{1}{H}}, X_{\frac{2}{H}}, \dots, X_{\frac{H^2}{H}})$, wobei jede Komponente $X_{\frac{n}{H}}$ entweder Wappen oder Zahl ist. Wenn wir wieder Zahl mit $\frac{1}{\sqrt{H}}$ und Wappen mit $-\frac{1}{\sqrt{H}}$ identifizieren, steht an jeder Komponente $X_{\frac{n}{H}}$ von X der „Gewinn“ $\frac{1}{\sqrt{H}}$ bzw. $-\frac{1}{\sqrt{H}}$, je nachdem ob beim n -ten Wurf zum Zeitpunkt $\frac{n}{H}$ Zahl oder Wappen erscheint. Damit gehört X zu dem Raum $\Omega := \left\{ \frac{1}{\sqrt{H}}, -\frac{1}{\sqrt{H}} \right\}^{H^2}$ der internen H^2 -Tupel von Zahlen $\frac{1}{\sqrt{H}}$ oder $-\frac{1}{\sqrt{H}}$. Für alle internen $A \subseteq \Omega$ definiert man

$$\mu_B(A) = \frac{|A|}{2^{(H^2)}}.$$

Beachte in Hinblick auf Abschnitt 5, dass

$$\mu_B(A) = \sum_{X \in A} \left(\frac{1}{2} \right)^{n(X)} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{H^2 - n(X)},$$

wobei $n(X)$ die Anzahl der Wappen ist, die in X vorkommen. Also ist μ_B das Produktmaß, das sich aus dem Wahrscheinlichkeitsmaß μ_B^1 auf $\left\{ \frac{1}{\sqrt{H}}, -\frac{1}{\sqrt{H}} \right\}$ ergibt, wobei $\mu_B^1 \left(\left\{ \frac{1}{\sqrt{H}} \right\} \right) = \frac{1}{2} = \mu^1 \left(\left\{ -\frac{1}{\sqrt{H}} \right\} \right)$.

Der „Gewinn“ $B(X, t)$ zum Zeitpunkt $t \in T_H$ beim Zufallsverlauf X ergibt sich durch die Formel:

$$B(X, t) = \sum_{s \leq t, s \in T_H} X_s.$$

Nun wollen wir den diskreten stochastischen Prozess B zu einem stochastischen Prozess auf der kontinuierlichen Zeitlinie $[0, \infty[$ konvertieren. Wir haben schon gesehen, dass jedes reelle $r \in [0, \infty[$ bis auf einen unendlich kleinen Fehler mit einem Element $t \in T_H$ übereinstimmt: Also ist $r = \circ t$. Man definiert den **Standardteil** ${}^\circ B$ von B durch:

$$({}^\circ B)(X, r) = ({}^\circ B)(X, \circ t) := {}^\circ(B(X, t)).$$

Damit ${}^\circ B$ wohldefiniert ist, muss man zeigen, dass $B(X, t)$ limitiert ist und dass ${}^\circ(B(X, t)) = {}^\circ(B(X, s))$, wenn $\circ s = \circ t$. Das gilt nicht für alle X sondern nur für X außerhalb einer $\widehat{\mu}_B$ -Nullmenge. Der Beweis ist etwas mühevoll und wir erhalten

Satz 4.1 (R. M. Anderson [1]) ${}^\circ B$ ist die ein-dimensionale Brownsche Bewegung.

Damit ist die Brownsche Bewegung bis auf einen unendlich kleinen Fehler und bis auf eine Nullmenge ein Münzwurfmodell und sogar ein Polynom in $*$ endlich vielen Variablen. Der zugrunde liegende Wahrscheinlichkeitsraum ist ein $*$ endlich-dimensionaler (genauer H^2 -dimensionaler) euklidischer Raum. Auch das stochastische Integral und die multiplen Integrale als Grundlage für den Malliavin Kalkül lassen sich diskret und als Polynome darstellen (siehe Cutland [2], Cutland and Ng [3]). Diese Ergebnisse können auch auf unendlich-dimensionale Brownsche Bewegungen (siehe [6] und das Lehrbuch [8]) ausgedehnt werden.

Etwas zur Geschichte der Brownschen Bewegung: Brown war ein Biologe, der im

19. Jahrhundert in England gelebt hat. Er hat beobachtet, dass mikroskopisch kleine Teilchen in einer Flüssigkeit ruckartige Bewegungen vollziehen. Sie werden durch die Moleküle der Flüssigkeit abgelenkt. Albert Einstein hat 1905 ein mathematisches Modell für die Brownsche Bewegung gegeben. Norbert Wiener hat das Rauschen bei der Telekommunikation mit Hilfe der Brownschen Bewegung modelliert.

5 Poisson Prozesse als Würfe mit gezinkter Münze

Bei unserem Münzwurf-Modell vorher haben wir mit einer ungezinkten Münze gespielt; jedes H^2 -Tupel in Ω von Wappen oder Zahl erscheint jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2^{(H^2)}}$. Nun werfen wir wieder eine Münze. Wenn Zahl bzw. Wappen kommt, erhalten wir 1 Cent bzw. 0 Cent. Wir spielen wieder unendlich schnell und unendlich lange und identifizieren 1 mit Zahl und 0 mit Wappen. Dann ist jeder Zufallsverlauf X ein Element aus $\Omega := \{0, 1\}^{H^2}$, und für alle internen $A \subseteq \Omega$ definiert man

$$\mu_P(A) := \sum_{X \in A} \left(1 - \frac{\rho}{H}\right)^{n(X)} \cdot \left(\frac{\rho}{H}\right)^{H^2 - n(X)},$$

wobei $n(X)$ die Anzahl der Nullen ist, die in X vorkommen. Weiter sei $\rho \in \mathbb{R}$ mit $\rho > 0$. Damit ist μ_P das Produktmaß, das sich aus dem Wahrscheinlichkeitsmaß μ_P^1 auf $\{0, 1\}$ ergibt mit $\mu_P^1(\{0\}) := 1 - \frac{\rho}{H}$ und $\mu_P^1(\{1\}) := \frac{\rho}{H}$.

Der „Gewinn“ zum Zeitpunkt $t \in T_H$ beim Zufallsverlauf X errechnet sich wieder durch $B(X, t)$. Beachte, dass $B(X, t) \in {}^*\mathbb{N} \cup \{0\}$. Der Standardteil ${}^\circ B$ von B kann nicht mehr erhalten werden wie im Fall der Brownschen Bewegung, sondern man definiert jetzt

$${}^\circ B(X, \circ t) := \lim_{\circ s \rightarrow \circ t, \circ t < \circ s} {}^\circ(B(X, s)).$$

Dieser Grenzwert existiert für alle Zufallsverläufe X außerhalb einer $\widehat{\mu}_P$ -Nullmenge.

Im Fall der Brownschen Bewegung ist ${}^\circ B$ fast überall stetig, hier ist ${}^\circ B$ rechtsstetig und hat linksseitige Grenzwerte fast überall.

Im Gegensatz zu Abschnitt 4 ist jetzt die Münze gezinkt. Wir haben auf der Zahlseite einen kleinen Magneten versteckt und spielen auf einer Holzplatte, unter deren Oberfläche sich eine Eisenplatte verbirgt. Mit Wahrscheinlichkeit 1 bis auf einen unendlich kleinen Fehler liegt Wappen oben.

Satz 5.1 (P. Loeb [5]) ${}^\circ B$ ist ein Poisson Prozess mit der Rate ρ .

Poisson Prozesse haben Sprünge im Gegensatz zur Brownschen Bewegung. Poisson Prozesse sind Zählprozesse mit vielfältigen Anwendungen. Man zählt die Autos, die eine Kreuzung überqueren, die Druckfehler in einer Arbeit, die Partikel, die von einer radioaktiven Substanz ausgestrahlt werden usw. ...

6 Lévy Prozesse

Anstelle der Mengen $\left\{ \frac{1}{\sqrt{H}}, -\frac{1}{\sqrt{H}} \right\}$ oder $\{0, 1\}$ nimmt man jetzt ${}^*\mathbb{R}$ und ein geeignetes Wahrscheinlichkeitsmaß μ_L^1 auf den internen Borel Mengen von ${}^*\mathbb{R}$. Sei wieder μ_L das Produkt von μ_L^1 auf ${}^*\mathbb{R}^{(H^2)}$. Lévy Prozesse sind Prozesse mit unabhängigen und identisch verteilten Zuwächsen, die im Nullpunkt starten. Beispiele sind Brownsche Bewegung und Poisson Prozesse.

Satz 6.1 (T. Lindstrøm [4]) *Zu jedem eindimensionalen Lévy Prozess L kann man ein internes Wahrscheinlichkeitsmaß μ_L^1 auf ${}^*\mathbb{R}$ finden, sodass L die Form ${}^\circ B$ hat $\widehat{\mu}_L$ -fast sicher, wie im Fall des Poisson Prozesses vorher.*

Lindstrøm hat dieses Ergebnis für alle endlich-dimensionalen Lévy Prozesse bewiesen. Auch hier erhält man wieder einen

diskreten und zugleich polynomialen Zugang zur stochastischen Analysis mit Lévy Prozessen (siehe [7] und das Lehrbuch [8]).

Eine Antwort auf die im Titel gestellte Frage lautet: Mindestens für die hier erwähnten stochastischen Prozesse und auch für die durch sie erzeugten Integrale und multiplen Integrale kann man sowohl annehmen, die Zeit sei kontinuierlich als auch diskret. Jeder dieser Prozesse, definiert auf dem Kontinuum, ist unendlich nahe bei einem Prozess, definiert auf einer diskreten Zeitlinie. Die Umkehrung gilt ebenfalls.

Literatur

- [1] R. M. Anderson, A nonstandard representation of Brownian motion and Itô integration, *Israel J. Math.* **25** (1976), 15-46.
- [2] N. J. Cutland, Infinitesimals in action, *J. Lond. Math. Soc.* (2), **35** (1987), 202-217.
- [3] N. J. Cutland, S.-A. Ng, A nonstandard approach to the Malliavin calculus, in *Advances in analysis, probability and mathematical physics (Blaubeuren 1992)* (eds. S. Albeverio et al), pp 149-170, Math. Appl. **314**, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, (1995).
- [4] T. Lindstrøm, Hyperfinite Lévy processes, *Stochastics* **76** (6) (2004), 517-548.
- [5] P. A. Loeb, Conversion from nonstandard to standard measure spaces and applications in probability theory, *Trans. Amer. Math. Soc.* **211** (1975), 113-122.
- [6] H. Osswald, Malliavin calculus in abstract Wiener spaces using infinitesimals, *Advances in Mathematics* **176** (2003), 1-37.
- [7] H. Osswald, A smooth approach to Malliavin calculus for Lévy processes, *Journal of Theoretical Probability*, **22** (2009), 441-473.
- [8] H. Osswald, *Malliavin calculus for Lévy processes and infinite-dimensional Brownian motion*, Cambridge University Press, Tracts in Mathematics, Vol. 191 (2012).



Kluge Köpfe gesucht!

(Wirtschafts-) **Mathematiker/-innen im Bereich der betrieblichen Altersversorgung (Actuarial Services)**

Aon Hewitt ist weltweit als eine der führenden Unternehmensberatungen im Bereich Human Resources tätig. In Deutschland beraten wir als Sachverständige für betriebliche Altersversorgung unsere Mandanten bereits seit 1936.

Seit 1989 sind wir darüber hinaus auch als HR-Beratung im deutschen Markt aktiv und inzwischen mit etwa 400 Mitarbeitern an unseren Standorten in Berlin, Frankfurt am Main, Hamburg, Mülheim an der Ruhr, München, Stuttgart und Wiesbaden vertreten.

Als Teil des international agierenden Aon-Konzerns verfügen wir über ein Netzwerk von 60.000 Mitarbeitern in mehr als 120 Ländern.

Aon Hewitt GmbH

Human Resources

Uta Kaußler

Radtkoferstr. 2

81373 München

089 889 87 132

E-Mail:

karriere.de@aonhewitt.com

www.aonhewitt.de

Ihr Kompetenzbereich

- Nach einer umfassenden Einarbeitung werden Sie selbstständig und eigenverantwortlich als Gutachter/-in und Berater/-in im Bereich der betrieblichen Altersversorgung (bAV) tätig.
- Sie führen für unsere Mandanten versicherungsmathematische Bewertungen von Pensionszusagen durch und erstellen versicherungsmathematische Gutachten nach nationalen und internationalen Bilanzierungsstandards.
- Sie beraten und begleiten unsere Mandanten in allen Fragen rund um die betriebliche Altersversorgung.
- Bei juristischen Spezialthemen zur betrieblichen Altersversorgung arbeiten Sie eng mit unserer internen Rechtsabteilung zusammen.
- In Ihrer Position stehen Sie von Anfang an – Ihrem Verantwortungsbereich entsprechend – im kontinuierlichen Austausch mit unseren Mandanten.

Ihr Profil

- Wir erwarten ein erfolgreich abgeschlossenes Studium der (Wirtschafts-) Mathematik und Interesse an juristischen Themen.
- Sie haben Freude an der EDV-technischen Umsetzung mathematischer Sachverhalte.
- Sie haben Spaß an der Teamarbeit und sehr gute Kommunikationsfähigkeiten.
- Über sehr gute Deutschkenntnisse hinaus verfügen Sie als Mitarbeiter/-in eines weltweit agierenden Unternehmens über gute Englischkenntnisse.

Unser Angebot

- Wir bieten Ihnen eine umfassende Einarbeitung in einem hoch engagierten Team. In unseren mandantenorientierten Teams werden Sie Ihre Kenntnisse und Fähigkeiten konsequent erweitern.
- Freuen Sie sich auf spannende Weiterbildungsmöglichkeiten wie z. B. zum/zur Aktuar/-in DAV und IVS-geprüften Sachverständigen sowie ein leistungsgerechtes Einkommen.

Wenn Sie Interesse an dieser anspruchsvollen Tätigkeit mit Perspektive haben, senden Sie uns bitte Ihre aussagekräftigen und vollständigen Bewerbungsunterlagen per E-Mail unter Angabe Ihrer Gehaltsvorstellung, Ihres möglichen Eintrittstermins und Ihres gewünschten Standorts.

Fragen Sie gerne auch nach Praktikumsangeboten.

Wie könnten Sie Ihrem Studium wahre Größe verleihen?

- Indem Sie über Dinge nachdenken, über die noch keiner nachgedacht hat
- Wenn Sie eine Abschlussarbeit über das höchste Gebäude der Erde schreiben
- Mit einem Praktikum über Naturgefahren in touristischen Ballungszentren
- Durch eine Diskussion mit Ärzten, Ingenieuren und Seismologen
- Mit drei der vier genannten Punkte



Haben Sie Lust, mit uns Projekte von globaler Tragweite zu bewegen? Als einer der führenden Rückversicherer der Welt durchleuchten wir Risiken aller Art und sichern sie ab. Ob Großbauprojekte, Klimawandel oder Raumfahrt: Absolvieren Sie Ihre ersten Schritte ins Berufsleben in vielfältigen Themenfeldern, die die Menschheit heute und in Zukunft bewegen. Profitieren Sie vom Wissen und Netzwerk unserer Mitarbeiter und legen Sie bereits während des Studiums den Grundstein für eine erfolgreiche berufliche Zukunft.

Wie Sie sich schon als Student bei Munich Re einbringen können, erfahren Sie unter munichre.com/karriere