NR. 24 – JULI 2011

MATHE-LMU.DE

FÖRDERVEREIN MATHEMATIK IN WIRTSCHAFT, UNIVERSITÄT UND SCHULE AN DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN E.V.

Interview mit Professor Shing-Tung Yau - Seite 8

Professor Emil Julius Gumbel - Seite 12

Liebe Leserinnen und Leser,

das Sommersemester 2011 wird in der Erinnerung als sehr ereignisreiche Zeit für das Mathematische Institut bleiben, und wir sind sehr froh, die wichtigsten Ereignisse im aktuellen Heft präsentieren zu dürfen.
Zum Anfang des Semesters sind fünf neue Professoren eingestellt worden. Sie stellen sich auf den Seiten 5 bis 7 in unserem Heft vor.
Ein weiteres Highlight des Semesters war der Besuch von Professor Shing-Tung Yau, der zwei Vorträge gehalten hat. „mathe-lmu.de“ hat diese Möglichkeit genutzt, um diesen weltberühmten Mathematiker zu interviewen, siehe Seite 8.
Und am Ende des Semesters kommt noch ein für die Münchner Mathematik sehr wichtiges Datum: Am 18. Juli würde Emil Julius Gumbel 120 Jahre alt. Einen Artikel über diesen Mathematiker und Pazifisten finden Sie auf Seite 12.

Vitali Wachtel

Titelbild: Hartes Studium und erfreuliches Umfeld – besonders im Sommer können unsere Studierenden das Angenehme mit dem Nützlichen verbinden.

Liebes Vereinsmitglied,

seit nunmehr zwölf Jahren ist ein überaus engagiertes Redaktionsteam von mathe-lmu.de bestrebt, den Leserinnen und Lesern unserer Vereinszeitschrift zu jedem Semester eine interessante Ausgabe präsentieren zu können; dabei darf es auf die tatkräftige Unterstützung kompetenter Autorinnen und Autoren zählen, die immer wieder aufs Neue eine Reihe höchst lesenswerter Artikel zu den unterschiedlichsten Themen und Rubriken beisteuern. Auch wenn meist keine direkten Rückmeldungen eingehen, so möchte ich dennoch davon ausgehen, dass Sie die Lektüre meist als anregend und gewinnbringend empfinden.
Diese Annahme wird durch die sehr große und überaus positive Resonanz gestärkt, die der Bericht von Herrn Daknama über sein Praktikum am Mathematischen Institut in der letzten Ausgabe gefunden hat. Es sind nämlich bereits zahlreiche Bewerbungen von Schülerinnen und Schülern der 9. bis 11. Jahrgangsstufe eingegangen, die sich explizit auf diesen Artikel in unserer Vereinszeitschrift berufen und dadurch die Anregung oder die Bestärkung erhalten haben, das an einigen Gymnasien Bayerns vorgeschriebene Betriebspraktikum am Mathematischen Institut der LMU München zu absolvieren. Ein sehr schöner Erfolg, wie ich meine!

Ihr Erwin Schörner

Impressum	**mathe-lmu.de**
Herausgeber	Förderverein Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der Ludwig-Maximilians-Universität München e.V., Mathematisches Institut, Universität München, Theresienstr. 39, 80333 München fmwus@mathematik.uni-muenchen.de Konto: 1267532, Bankleitzahl 700 500 00, Bayerische Landesbank
ViSdP	Vitali Wachtel, Mathematisches Institut, Universität München, Theresienstr. 39 80333 München, Tel. 2180-4488 wachtel@mathematik.uni-muenchen.de
Redaktion	Katharina Belaga, Bernhard Emmer, Daniel Rost, Erwin Schörner, Heinrich Steinlein, Vitali Wachtel
Auflage	5000
Layout	Gerhard Koehler, München, kws@kws-koehler.de
Druck	Siller Offsetdruck, Künzelsau

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichten. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

Berichte aus dem Mathematischen Institut

Studienangebot und Einschreibung Um den Absolventinnen und Absolventen des letzten G9-Jahrgangs an bayerischen Gymnasien nach ihrem Abitur einen möglichst zeitnahen Einstieg ins Mathematikstudium zu ermöglichen, bietet das Mathematische Institut für die Bachelorstudiengänge Mathematik und Wirtschaftsmathematik sowie beim Lehramtsstudium Mathematik für das Lehramt an Gymnasien einen regulären und vollwertigen Studienbeginn zum Sommersemester 2011 an; hierfür wurde auf Grundlage der bestehenden Studien- und Prüfungsordnungen ein eigenes, auf diese Studierendengruppe maßgeschneidertes Konzept entwickelt, um einen optimalen Studienverlauf zu gewährleisten.
Das von Herrn Professor Pickl angebotene „0. Semester“ mit einer zweistündigen Vorlesung und parallel dazu zweistündigen Tutorien in Kleingruppen verfolgt das Ziel, die an der Universität übliche Arbeitsweise geläufig zu machen und später behandelte Themengebiete zu motivieren; dadurch sollen die Teilnehmerinnen und Teilnehmer auf ein Studium der Mathematik oder Wirtschaftsmathematik, aber auch auf ein Studium verwandter Disziplinen vorbereitet werden.
Die Zahl der Neueinschreibungen in einen mathematischen Studiengang der LMU München übertraf zum Wintersemester 2010/11 mit insgesamt 542 Immatrikulationen das bereits sehr hohe Niveau der Vorjahre um rund 20%. Im kommenden Jahr ist, auch bedingt durch den doppelten Abiturjahrgang in Bayern und die Aussetzung der Wehrpflicht, mit einem weiteren deutlichen Anstieg der Studierendenzahlen zu rechnen; das Mathematische Institut bereitet sich bereits seit Längerem auf diese Herausforderung vor, um weiterhin gute Studienbedingungen anbieten zu können.

Personalien Am Mathematischen Institut konnte zum Sommersemester 2011 eine ganze Reihe von Berufungsverfahren erfolgreich zum Abschluss gebracht werden. Herr Prof. Ufer (Kiel) hat den Ruf auf die für alle Lehramtsstudiengänge zentrale W3-Professur für Didaktik der Mathematik und Informatik angenommen. Darüber hinaus wurde Herr Prof. Bley (Kassel) auf die W2-Professur für Algebraische Geometrie, Herr Prof. Meyer-Brandis (Oslo) auf die W2-Professur für Finanzmathematik und Herr Prof. Sørensen (London) auf die W2-Professur für Analysis berufen. Schließlich ist Herr Prof. Svindland (Lausanne) auf der W1-Professur für stochastische Methoden der Finanz- und Versicherungswissenschaften tätig. Die fünf neuen Kollegen werden auf Seite 5 bis 7 vorgestellt.

Darüber hinaus wurden vom Mathematischen Institut auch die weiteren Berufungsverfahren für derzeit vakante Professuren mit großem Nachdruck weiter vorangetrieben, so dass den erfolgreichen Besetzungen und Wiederbesetzungen dieser Stellen mit großer Zuversicht entgegengeblickt werden kann.

Preise Frau Prof. Gasteiger erhielt in diesem Jahr den Franz-Emanuel-Weinert-Preis des Münchener Zentrums für Lehrerbildung für ihre herausragende Dissertation im Bereich der Bildungsforschung; der Titel der Arbeit lautet „Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes“.

Veranstaltungen Die Verabschiedung der Studierenden, die im vergangenen akademischen Jahr einen Abschluss in Mathematik oder Wirtschaftsmathematik erworben haben, erfolgt seit zwei Jahren in einer eigenen Veranstaltung, um unseren Ehemaligen einen feierlichen Rahmen zur Würdigung ihrer akademischen Leistungen zu bieten. Die Absolventenfeier für den Abschlussjahrgang 2009/10 des Mathematischen Instituts fand am 22. Januar 2011 in Zusammenarbeit mit dem Förderverein Mathematik und mit großzügiger Unterstützung durch den Verein zur Förderung der Versicherungswissenschaft statt.

Die Reihe „Mathematik am Samstag" wurde auch in diesem Frühjahr mit drei interessanten Vorträgen „Wie groß ist die Unendlichkeit?", „Mit 2 Euro an die Börse" und „Inkommensurabilität und Goldener Schnitt" erfolgreich fortgesetzt; die Veranstaltungen erfreuten sich wiederum großer Resonanz.

Am 14. Mai 2011 fand wieder das „Mobile Mathe-Labor" mit einem Preisrätsel für Schülerinnen und Schüler der 5. bis 10. Jahrgangsstufe statt, wobei diesmal als 1. Preis ein Netbook zu gewinnen war; daneben wurde von engagierten Lehrkräften von oberbayerischen Gymnasien sowie von Kolleginnen und Kollegen des Mathematischen Instituts eine Vielzahl von interessanten Workshops und Kursen angeboten.

Am 3. Juni 2011 wurde der emeritierte Professor Dr. Friedrich Kasch anlässlich seines 90. Geburtstages mit einem Festkolloquium gefeiert, zu dem viele ehemalige Schüler und Weggefährten erschienen. Den Festvortrag hielt Herr Prof. Dr. Ulrich Oberst (Innsbruck).

Auch heuer findet Ende der Sommerferien das seit Jahren überaus beliebte und erfolgreiche Probestudium „LMU-Mathe-Sommer" statt. Informationen dazu finden Sie auf Seite 14 bis 15.

Neu am Institut

Prof. Werner Bley

Im April 2011 trat Werner Bley, geboren 1964 in Friedberg (Bayern), eine Professur am Lehrstuhl für Algebraische Geometrie an.
Herr Bley studierte von 1983 bis 1989 Mathematik an der Universität Augsburg. 1991 promovierte er, betreut von Prof. Dr. R. Schertz (Universität Augsburg). Nach Auslandsaufenthalten in Bordeaux und am Fields Institute in Waterloo (Kanada) habilitierte er sich im Jahre 1998 in Augsburg, wo er dann bis 2005 als Akademischer Rat wirkte. Ab Oktober 2005 hatte Herr Bley eine Professur für „Computational Mathematics" an der Universität Kassel inne.
Sein Forschungsschwerpunkt liegt in der Algebraischen Zahlentheorie und Arithmetischen Geometrie. Er lieferte Beiträge zu Fragestellungen der klassischen Galoismodultheorie, der Iwasawatheorie und zu den sog. „(äquivarianten) Tamagawazahlvermutungen". Zu den Spezialfällen zählt u.a. die bekannte Birch und Swinnerton-Dyer Vermutung, aber auch viele andere Vermutungen, für die hierdurch ein abstrakter umfassender Rahmen geschaffen wird. Grob gesagt beschreiben diese Vermutungen die Werte motivischer L-Reihen an den ganzzahligen Stellen durch algebraische Größen, die aus den dem Motiv zugeordneten kohomologischen Daten konstruiert werden.
Um für diese Vermutungen in konkreten Beispielen Evidenz bereitzustellen, benutzt und entwickelt Herr Bley Werkzeuge aus der Algorithmischen Zahlentheorie. Vielfach ergeben sich hierdurch Fragestellungen algorithmischer Natur, die unabhängig von den Vermutungen von eigenständigem Interesse sind. Falls etwa wie im Falle der Birch und Swinnerton-Dyer Vermutung das Motiv von einer elliptischen Kurve kommt, so ist es notwendig, die rationalen Punkte auf einer elliptischen Kurve explizit zu berechnen.

Neu am Institut

Prof. Thilo Meyer-Brandis

Im März 2011 trat Thilo Meyer-Brandis im Schwerpunkt Stochastik/ Finanzmathematik eine Professur für Angewandte Mathematik an.
Meyer-Brandis absolvierte von 1993 bis 1996 ein Bachelorstudium in Mathematik und Volkswirtschaft an der Universität Oslo und anschließend Masterstudiengänge in Mathematik (Universität Oslo), Business Administration (EM Lyon) sowie Probability and Finance (Paris VI). Im Jahr 2005 promovierte er im Fach Finanzmathematik bei Prof. Bernt Oksendal an der Universität Oslo. Anschließend wirkte er mit einem Grant des Norwegischen Research Council an der Universität Oslo als Postdoktorand, unterbrochen 2006/07 durch eine Tätigkeit als Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Mathematische Statistik der TU München und 2009/10 durch die Vertretung einer Professur hier an der LMU. Berufserfahrung außerhalb der Universität sammelte er u.a. 2000/01 als quantitativer Analyst bei der Investmentbank Exane in Paris.
Meyer-Brandis' Forschungsgebiet liegt in der stochastischen Analysis mit Anwendungen in der Finanz- und Versicherungsmathematik. Ein aktueller Schwerpunkt liegt im Studium von Lösungen stochastischer Gleichungen mit irregulären Koeffizienten und deren Malliavin Differenzierbarkeit. In der Finanzmathematik finden diese Ergebnisse z.B. Anwendung bei der Berechnung von Faktorrisikomaßen, sog. Greeks, oder bei der Ermittlung optimaler Portfoliowahlen. Ein weiteres Forschungsziel ist die Entwicklung quantitativer Methoden zur Bewertung von Risiko auf Energiemärkten und verwandter illiquider Märkte.
In der Lehre und Betreuung von Studienarbeiten liegt sein Schwerpunkt im Bereich der Finanz- und Versicherungsmathematik.

Neu am Institut

Prof. Thomas Sørensen

Seit April 2011 ist Thomas Østergaard Sørensen Professor für Angewandte Mathematik am Lehrstuhl für Analysis der LMU.
Ab 1989 studierte er Mathematik an der Aarhus Universitet in Dänemark und an der Université de Lille in Frankreich. Nach der Promotion in Aarhus 1998 bei Jan Philip Solovej (jetzt Universität Kopenhagen) ging er an das Erwin Schrödinger Institut in Wien als Postdoc bei Thomas Hoffmann-Ostenhof. Nach zwei Jahren als Assistant Professor (Adjunkt) an der Universität Aalborg in Dänemark war er zwei Jahre Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der LMU, bevor er 2005 wieder in Aalborg eine Professur antrat (Lektor/Associate Professor). 2009 habilitierte er sich an unserer Fakultät und ging an das Imperial College London, zuerst als Lecturer, ab Oktober 2010 als Reader.
Der Forschungsschwerpunkt von Thomas Østergaard Sørensen liegt in der Mathematischen Physik. Insbesondere interessiert er sich für die Regularität von Eigenfunktionen und Elektronendichten von Atomen und Molekülen und für relativistische Korrekturen der Grundzustandsenergie von großen Atomen und Molekülen. Er hat mit Kollegen in Wien und Aarhus wichtige Einsichten gebracht in die Struktur von Eigenfunktionen an Koaleszenzpunkten von Kernen und/oder Elektronen, die frühere Beiträge von Kato und Simon deutlich verbessern. Als Konsequenz dieser Resultate hat er u.a. die Analytizität der Elektronendichte außerhalb der Kerne bewiesen. Diese Resultate benutzen die Regularitätstheorie elliptischer partieller Differentialgleichungen, wobei tiefere Einsichten über die klassische Theorie hinaus nötig sind.

Neu am Institut

Prof. Gregor Svindland

Seit Juli 2011 ist Gregor Svindland Juniorprofessor für stochastische Methoden in der Finanz- und Versicherungswissenschaft am Lehrstuhl Finanzmathematik des Mathematischen Instituts. Herr Svindland studierte von 1999 bis 2004 Mathematik mit Nebenfach Informatik an der Humboldt Universität zu Berlin. Danach promovierte er am Lehrstuhl für Finanzmathematik der Universität München unter Betreuung von Prof. Dr. Damir Filipović. Das Thema der Doktorarbeit mit dem Titel „Convex Risk Measures Beyond Bounded Risks" ist das Studium von sogenannten konvexen Risikomaßen, welche in der Finanzindustrie als Mittel zur Risikoevaluierung von zukünftigen Finanzpositionen zunehmend an Bedeutung gewinnen. Im Anschluss an die Promotion im Jahre 2009 war Herr Svindland ein Jahr lang wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Finanzmathematik des Mathematischen Instituts. Danach war er für ein Jahr Postdoc am Swissquote Chair of Quantitative Finance der École Polytechnique Fédérale de Lausanne, bevor er seine jetzige Stelle am Mathematischen Institut antrat.

Die Forschungsschwerpunkte von Herrn Svindland liegen im Bereich der Finanzmathematik. Er beschäftigt sich bisher vornehmlich mit Methoden der konsistenten Risikomessung und hierbei insbesondere mit dem Studium von konvexen Risikomaßen, robusten Nutzenfunktionen, optimalen Allokationen und Equilibriumstheorie.

Herr Svindland hält im Sommersemester 2011 eine Spezialvorlesung zum Thema konvexe Risikomaße. Außerdem ist er Studienberater für den Bachelor- und Masterstudiengang Wirtschaftsmathematik.

Neu am Institut

Prof. Stefan Ufer

Seit 16. Mai 2011 ist Stefan Ufer Inhaber des Lehrstuhls für Didaktik der Mathematik und Informatik an der LMU. Stefan Ufer studierte an der LMU die Fächer Mathematik und Physik, schloss das Studium mit dem ersten Staatsexamen und dem Diplom in Mathematik ab. Er promovierte an der LMU zu einem Thema der nichtkommutativen Algebra im Bereich Quantengruppen bei Prof. Dr. Hans-Jürgen Schneider. Nach dem Referendariat für das Lehramt an Gymnasien trat er erneut eine Stelle an der LMU an, jetzt als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik (Kristina Reiss). Im Jahr 2009 wechselte er an die TUM School of Education der TU München. Seit Oktober 2010 war er als W2-Professor stellvertretender Leiter der Abteilung für Didaktik der Mathematik am Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik in Kiel.

Die Forschungen von Stefan Ufer liegen vorwiegend im Bereich der quantitativen mathematikbezogenen Lehr-Lern-Forschung und sind durch enge Kontakte zur pädagogischen und kognitiven Psychologie sowie der Entwicklungspsychologie geprägt. Der Blick liegt beispielsweise auf dem Erwerb mathematischer Grundkonzepte wie Zahlen und Rechenoperationen oder dem Verständnis für zufällige Ereignisse, aber auch auf dem Erwerb komplexer mathematischer Kompetenzen wie mathematischem Argumentieren, Beweisen oder Modellieren. Neu hinzugekommen sind im letzten Jahr Projekte zum Mathematiklernen am Übergang von der Schule in das Mathematikstudium.

Interview mit Professor Shing-Tung Yau

Im Mai 2011 hatte das Mathematische Institut der Ludwig-Maximilians-Universität München in Kooperation mit dem Arnold Sommerfeld Center die Ehre und das Vergnügen, Prof. Shing-Tung Yau aus Harvard zu begrüßen. Prof. Yau leistete fundamentale Beiträge auf dem Gebiet der Differenzialgeometrie, die weitreichende Konsequenzen in Mathematischer und Theoretischer Physik haben. So bewies er unter anderem die Vermutung von Calabi über spezielle Räume, die heutzutage Calabi-Yau Mannigfaltigkeiten genannt werden, oder zusammen mit Richard Schoen, dass die Gesamtenergie im Universum nach Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie positiv ist. 1982 wurde ihm die Fields Medaille – die höchste Auszeichnung für einen Mathematiker – und 1994 zusammen mit Simon Donaldson der Crafoord Preis der Königlich Schwedischen Akademie der Wissenschaften verliehen, um nur zwei Beispiele zu nennen.

Yau wurde am 4. April 1949 in Shantou (Provinz Guangdong) geboren und wuchs in einer Familie mit sechs Geschwistern auf. Er ging mit seiner Familie nach Hongkong und studierte von 1966 bis 1969 an der Chinese University of Hong Kong Mathematik. Daraufhin wechselte er zur Promotion an die University of California, Berkeley, wo er bei Shiing-Shen Chern 1971 einen Doktortitel erlangte. Als Postdoc hatte er einen Aufenthalt am Institute for Advanced Study in Princeton und war zwei Jahre lang Assistenzprofessor an der Stony Brook University. 1974 wurde er Professor an der Stanford University. 1979 kehrte er an das Institute for Advanced Study zurück und war von 1984 bis 1987 Professor an der University of California, San Diego. Seit 1987 ist er Professor an der Harvard University[1].

Das Interview mit Prof. Yau (STY) wurde von Christian Paleani (CP), Prof. Martin Schottenloher (MS) und Prof. László Erdős (LE), der Prof. Yau nach München eingeladen hat, in dessen Büro durchgeführt.

CP: *Thank you very much for the possibility for this interview. My first question is: What has driven you to do mathematics?*

STY: *(Laughs)* I like geometry! When I was in 6th-7th grade, I started to learn it.

MS: *So you felt attached to mathematics already at school?*

STY: Yes. I was fascinated about its beauty and wanted to understand how some simple essence is able to produce such interesting and complex statements. And also in those days I was at Hong Kong and there were not many good school teachers, books or equipment.

LE: *So you got a good math teacher?*

STY: Yes, indeed. I also liked physics, but the teacher was rather lousy and the experiments broken. I still remember as we should do a scale of mass, the scale was rusty. The chemistry teacher was much better.

LE: *Would you have become a physicist if you had a better physics than math teacher?*

STY: I cannot tell you exactly, but the school teacher is very important. My son told me that the reason that he became a biologist is that he had a very good high school teacher.

1 *http://de.wikipedia.org/wiki/Shing-Tung_Yau*

CP: *In the article about your career on Wikipedia[2] there is a passage that you were an ambassador of mathematics. Is this true?*

STY: That is what people say, but I would not state it that way. But I am fond of interacting with scholars in different fields: especially colleagues in theoretical physics and applied sciences. I also like to read poems and Chinese literature. As a result, I interact with scholars who are experts in those subjects.

CP: *Let us switch the topic. How was your feeling after proving such an outstanding problem as the Calabi conjecture?*

STY: Well, it took me a long time to do this. When I was in China, a reporter asked me the same question and I answered with a poem. I do not know how to translate it exactly to English, but it roughly says:

A flower is falling while I am standing alone. A pair of birds are flying together within the soft rain.

This was the atmosphere and the feeling while I solved the problem. I felt a complete peace with Nature.

CP: *Was there ever a period where you doubted that you can solve this problem?*

STY: When I worked on that problem I did not doubt that I am able to solve it. It just took longer time. *(Laughs)* Maybe I was too young and too naive at that moment. The question just was how to do it.

CP: *Afterwards you received the Fields Medal. How did this change your life?*

STY: People recognized me more but internally it did not change me. I am always excited about doing interesting maths but I think that this has nothing to do with the award. So there was much more pleasure in solving the problem than being awarded for solving it.

CP: *Is it correct to say that you have not dreamed of receiving a Fields Medal, but of solving complicated problems?*

STY: Not complicated, I dreamed of solving interesting problems. For me they are those by which you can understand Nature further.

LE: *Is beauty more important than the connection to physics?*

STY: Connection with physics and Nature is always beautiful.

MS: *Would you say that the solution of the Calabi conjecture is really some information about Nature?*

STY: I feel so. One could question whether string theory or general relativity have anything to do with Nature. But to my opinion they are quite good approximations and, moreover, Einstein's equations are beautiful and elegant. The proof of Calabi conjecture allows us to construct systematically a large number of solutions to Einstein equation that admit compatible complex structures (or internal super symmetries). These are solutions that have very little number of global symmetries and yet they reflect a deep algebraic nature of the underlying manifold. In effect, they build a bridge from algebraic structure of spaces to deep understanding of gravity and fundamental forces through string theory. Fundamental invariants of physics can potentially be calculated by the algebraic structure of the space. I think it is fascinating.

2 http://en.wikipedia.org/wiki/Shing-Tung_Yau

MS: *Do you agree that our mathematical imagination is also part of the Nature?*

STY: Yes. But it depends on how mature your imagination is. Let me give an example. When I worked on general relativity with Schoen, there were statements that we did not believe them to be true, by looking at them through geometry only. However, when we learnt more physics, we believed them and we even proved those statements later. In the other direction, we are inspired by pure geometry to propose and prove some statements that our friends in physics may not able to do. Some of these statements are mathematical imagination, which become powerful, when we work together with our colleagues in physics. I believe they should be considered to be part of Nature.

CP: *More generally, what do you think the role of mathematics in understanding Nature is?*

STY: It has to be there, since it is the only language we can use to quantify things. Everything important should be describable by a quantity. In Chinese philosophy, there is yin and yang. It is a nice concept but it cannot be quantified to make real predictions. In mathematics we do not only have beauty, but everything can be described by quantities. In some sense it is solid.

CP: *But is this depending on the fact that we need a model of Nature to describe it? Will we ever be able to understand the true nature of Nature?*

STY: Human beings kept on developing a theory to understand Nature. They build models. In physics, there are many different scales: scales from very small size to very large size. The models usually depend on which scale we are interested in. It is much more difficult to have a dynamic theory to put all scales together. Models are still being tested. Most theories that are true in a certain scale are not true in other scales. However, mathematics may also work on different scales. But the statements, once proved, are part of Nature. The truth of them cannot be changed. The true statements that are true for minimal surfaces, can be used to look into other questions of the universe although minimal surfaces may seem to be irrevelent at first sight. Arguments that are powerful for planets can be useful for atoms. The true nature of Nature probably can never be understood. But our modeling power may become better and better. Mathematics will always play a vital role.

CP: *Would you say that mathematics exists independently of us? If there is no one there to state the theorem, does the theorem exist?*

STY: A theorem is always accurate. Moreover, mathematics is part of Nature.

LE: *So does mathematics exist independently of our minds?*

STY: I think mathematics exists independent of our mind. The question is how we pick the most elegant theorem based on our technology and how we appreciate the beauty of the theorem. One could say that mathematics is quite artificial since we make some assumptions. But on the other side we model Nature. I think that we cannot ever compete with Nature and have to follow what Nature tells us to understand its beauty. There is so much we do not understand.

CP: *So one importance of mathematics is its connection to Nature?*

STY: I personally feel so.

MS: *What about beauty? Hermann Weyl said that in mathematics beauty is more important than correctness[3].*

STY: If something is correct but not elegant, there is no satisfaction. If something is beautiful but incorrect, it is useless. So, each concept for its own is not very satisfactory.

LE: *Do you think that every theorem has its "real" proof, the most elegant one, like in Paul Erdős' "the Book of proofs"?*

STY: I think every important theorem, once it is truly understood, is trivial.

CP: *The last topic which I would like to discuss is your criticism on corruption in the scientific landscape of China and the quality of mathematical research there. Where do you see the scientific future of China?*

STY: Criticism is one thing and making progress is another. The reason I made criticism is to figure out a way to encourage the capable young Chinese mathematicians to make progress. Copying is something that should be totally forbidden. This is extremely important for science to move forward. Unfortunately, some mathematicians do not at all feel guilty to copy. In general, I believe the scientific future of China is bright, once we get rid of corruption in the universities and set a good goal for our young colleagues.

MS: *Is not copying a Chinese mentality to a certain degree? I once was on a conference in Shanghai on design and had a discussion there. They told me that individual intellectual property does not exist. Concepts and ideas are properties of everyone. It is like you do a good job because you copy. I think there is a difference in the mentality of the West and the East.*

STY: I am surprised that you know this. This is an unfortunate tradition in China, I think the leaders of China know it and are changing this tradition.

MS: *Why is it unfortunate? Perhaps it is just different.*

STY: It is based on economics. Everything is for everyone. Fine. But then the most talented people will not start working on interesting problems. I remember that I read in a newspaper of a TV interview with a small child. One question was what his dream for the future was. The child answered that he wants to become a corrupt government officer ... This is of course a poor concept that some adults have been putting into the child's training. Money has been the driving force. I believe that part of the problem comes from the fact that salaries have been too low. I think the researchers should be paid better. With enough salary, a new attitude towards copying can be established much easier. I believe Chinese researchers can be very creative.

CP: *You established mathematical research institutes and centers in China and also organize conferences and raise private funds. How do you assess the success of these efforts?*

STY: Good, but not as good as it should be. There has to be a change in the mentality of the Chinese people. But we got started.

CP: *Thank you very much for this interview and for your visit and lectures in Munich.*

Christian Paleani

3 "My work always tried to unite the true with the beautiful but when I had to choose one over the other, I usually chose the beautiful." http://www.searchquotes.com/search/Hermann%20Weyl.

Emil Julius Gumbel

Es war um das Jahr 1990. Wieder einmal streikten Studierende für mehr Hörsäle und Bibliotheksräume. Auch die Studenten des Mathematischen Instituts der LMU München streikten, allerdings hatten sie ein anderes Streikziel: Sie verlangten nicht mehr Bibliotheksräume, sondern im Gegenteil die Umwandlung eines Bibliotheksraumes in eine Cafeteria. Sie hatten einen Hörsaal besetzt, den die Leitung des Mathematischen Instituts räumen lassen wollte, aber Magnifizenz Steinmann begab sich persönlich in das Institut und sicherte den Streikenden die Erfüllung ihrer Forderung zu. Es wurde ein Raum für die Cafeteria eingerichtet, der aber mangels Personal von den Studierenden selbst gepflegt werden musste. Dafür durften sie auch einen Namen auswählen – es ist nicht mehr nachvollziehbar, wie sie auf den Wissenschaftler und politischen Publizisten Emil Julius Gumbel (1891-1966) gestoßen sind, der Anfang des 20. Jahrhunderts hier Mathematik studiert hatte und als radikaler Pazifist große Sympathien bei vielen Studierenden genoss. Um sich selbst mit der Person Gumbel vertraut zu machen, lud die Gruppe Aktiver Fachschafter die Berliner Wissenschaftshistorikerin Dr. Annette Vogt, die ein Buch mit politischen Veröffentlichungen Gumbels zu dessen 100. Geburtstag vorgelegt hatte, zu einem Vortrag ein (Emil Julius Gumbel: Auf der Suche nach der Wahrheit, herausgegeben und mit einem Essay versehen von Annette Vogt, Berlin: 1991 Dietz Verlag). Der nunmehrige 120. Geburtstag des Patrons des Café Gumbel gibt Anlass, etwas von seinem Leben und Wirken in Erinnerung zu rufen.

Emil Julius Gumbel wurde als Sohn des Bankiers Hermann Gumbel und seiner Frau Flora am 18. Juli 1891 in München geboren. Die jüdische Familie Gumbel war weitverzweigt; Wikipedia nennt zum Beispiel den Heilbronner Bankier und sozialdemokratischen Kritiker des Ersten Weltkrieges Abraham Gumbel, auf den sein Neffe Emil Julius Gumbel 1931 einen Nachruf verfasste. Letzterer besuchte das humanistische Wilhelmsgymnasium, das älteste Münchener Gymnasium. Nach dem Abitur immatrikulierte er sich 1910 an der LMU zum Studium der Fächer Mathematik und Nationalökonomie. Da es damals noch kein Diplom für Mathematik gab, war sein erster Abschluss im Jahr 1913 ein Diplom als Versicherungssachverständiger. Danach wurde er Assistent am Seminar für Statistik und Versicherungswissenschaft der LMU. Am 24. Juli 1914 wurde er hier aufgrund der Dissertation „Über die Interpolation des Bevölkerungsstandes“ zum Doktor der Staatswirtschaft promoviert; Doktorvater war der ordentliche Professor für Statistik, Finanzwissenschaft und Nationalökonomie Georg von Mayr (1841-1925), Koreferent der damalige, gerade für Versicherungsmathematik habilitierte Privatdozent am Mathematischen Institut Friedrich Böhm (1885-1965). Eine Woche später, am 1. August 1914, brach der Erste Weltkrieg aus. Wie viele seiner kriegsbegeisterten Studiengenossen meldete sich Emil Julius Gumbel freiwillig an die Front, wurde aber aus gesundheitlichen Gründen bereits im Januar 1915 wieder entlassen. Er begab sich nach Berlin, wo er sich an der Friedrich-Wilhelms-Universität (heute Humboldt-Universität) für Physik immatrikulierte und bis 1921 als Student geführt wurde. Die kurzen Kriegserlebnisse hatten ihn jedoch zu einem überzeugten Pazifisten gemacht. Bereits im Jahr 1915 wurde er Mitglied der von Albert Einstein, Ernst Reuter und anderen gegründeten pazifistischen Gruppe „Bund Neues Vaterland". Neben dem Studium arbeitete er in der Flugzeugmeisterei Adlershof und später bei Telefunken. Im Jahr 1921 lehrte er an der Betriebsräteschule des Allgemeinen Deutschen Gewerkschaftsbundes in Berlin. 1923 wandte er sich nach Heidelberg, wo er sich an der Ruprecht-Karls-Universität für Statistik habilitierte und bis 1932 als Privatdozent und außerordentlicher Professor tätig war. Seine Leistungen als Wissenschaftler und akademischer Lehrer waren unbestritten, aber sein politisches Engagement, der unbedingte Pazifismus, stieß bei der Studentenschaft und auch einem großen Teil des Kollegiums auf Widerspruch. Erst nach dem Inferno des Zweiten Weltkrieges entstand in der deutschen Gesellschaft ein gewisses Verständnis für eine solche Einstellung. Damals stießen Äußerungen (www.rzuser.uni-heidelberg.de/˜f25/txt/Gumbel/Jansen11.pdf) wie „Ich bitte die Anwesenden, zwei Minuten im Schweigen der Toten des Weltkrieges zu gedenken, die – ich will nicht sagen – auf dem Felde der Unehre gefallen sind, aber doch auf gräßliche Weise ums Leben kamen" und „Das Kriegerdenkmal des deutschen Soldaten ist für mich nicht eine leichtbekleidete Jungfrau mit der Siegespalme in der Hand, sondern eine einzige große Kohlrübe" auf eiserne Ablehnung. Sinngemäß ist die zweite Formulierung auf einer an sich parteiinternen Veranstaltung wohl gefallen, auch wenn Gumbel den Wortlaut später bestritten hat und erläuternd hinzufügte: „Ich dürfte – und zwar durchaus gelegentlich – darauf hingewiesen haben, daß in jener Zeit, die ich im Gegensatz zu den Lobpreisern des Krieges von heute als Soldat mitgemacht habe, der Hunger zu dem schließlich alles überragenden Gefühl wurde, und daß deswegen die Kohlrübe als Hauptnahrungsmittel dieser Zeit, sozusagen als Symbol, als Denkmal des Krieges adäquat ist." Persönliche Anfeindungen, Disziplinarverfahren und Anträge auf Entlassung aus dem Hochschuldienst waren die Folge, denen jedoch das badische Kultusministerium bis zum Herbst des Jahres 1932 widerstand. Verstärkt wurden die Angriffe gegen ihn auch aufgrund seiner Mitunterzeichnung – neben Albert Einstein, Käthe Kollwitz, Ernst Toller, Arnold Zweig und anderen – des Dringenden Appells (Wikipedia) des Internationalen Sozialistischen Kampfbundes zur Reichstagswahl 1932, der ein taktisches Zusammengehen von SPD und KPD forderte. Sein weiterer Lebensweg führte Gumbel zunächst nach Frankreich – Grundlage für seine Ausbürgerung aus dem Deutschen Reich im Jahr 1933 – und bei Beginn des Zweiten Weltkrieges in die Vereinigten Staaten, wo er zunächst an verschiedenen Colleges unterrichtete und schließlich 1953 an der Columbia University in New York eine feste Anstellung fand. Er kam nicht auf Dauer, aber gelegentlich nach Deutschland zurück und hielt Gastvorlesungen an der Freien Universität Berlin. Kurz nach seinem 75. Geburtstag starb Emil Julius Gumbel am 10. September 1966 in New York.

Die zeitübergreifende wissenschaftliche Bedeutung Gumbels wird in dem Sammelband *Statisticians of the Centuries*, herausgegeben von Christopher Charles Heyde und Eugene Seneta (New York: 2001 Springer-Verlag) gewürdigt: „... the German-born pacifist E. J. Gumbel was the principal architect of the statistical theory of extreme values". Gumbels erstmals 1958 erschienene Zusammenfassung seines Lebenswerkes *Statistics of Extremes* wurde vielfach aufgelegt sowie ins Japanische und ins Russische übersetzt. Im deutschen Sprachraum lebt er fort in der „Gumbel-Verteilung" (siehe Wikipedia).

Rudolf Fritsch

Probestudium Mathematik – LMU-Mathe-Sommer 2011

5. bis 9. September 2011

Kettenbrüche

Ein Blick in die Welt der Zahlentheorie

Leiter: Prof. Dr. Ulrich Derenthal, Christoph Schießl

Der LMU-Mathe-Sommer

Der LMU-Mathe-Sommer bietet Ihnen einen Einblick ins Studium mit seinen typischen Veranstaltungen, sowie die Gelegenheit, ein spannendes Gebiet der Mathematik näher kennen zu lernen und in kleinen Gruppen interessante Problemstellungen selbstständig zu lösen. Die Teilnahme wird Ihnen den Einstieg ins Mathematik-Studium und in verwandte Studiengänge erleichtern.

Wie läuft der LMU-Mathe-Sommer ab?

Vormittags wird täglich eine Vorlesung stattfinden. Am Nachmittag gibt es Übungen in kleinen Gruppen, Exkursionen in Münchner Museen und Kunstausstellungen, Kurzvorträge zu mathematischen Themen, sowie zum Ausklang eine Abschlussfeier.

Welche Vorkenntnisse sind nötig?

Vorausgesetzt werden die Lerninhalte der Jahrgangsstufe 9 in Mathematik. Sollten Sie die 9. Jahrgangsstufe noch nicht abgeschlossen haben, setzen Sie sich bitte mit uns in Verbindung.

Was kostet die Teilnahme?

Eine Teilnahmegebühr wird nicht erhoben. Die Arbeitsmaterialien für die Übungen werden gestellt. Die mittägliche Verpflegung in der Mensa (freiwillig) kostet 3 - 4 € pro Tag.
Anreise- und Übernachtungskosten müssen Sie leider selbst tragen. Wir informieren Sie aber gerne über günstige Übernachtungsmöglichkeiten.

Weitere Informationen finden Sie hier:

Mathematisches Institut, LMU München
Kontaktbüro Probestudium
Dr. Gabriele Wabnitz
Theresienstraße 39
80333 München
Telefon: 089 2180 4427
probestudium@math.lmu.de
http://www.lmu-mathe-sommer.de

Karrieren

Ich studier(t)e Mathematik, und dann?

Ich studiere Mathematik, und dann? Diese Frage hat mich für ein paar Jahre während meines Studiums der Wirtschaftsmathematik an der Fakultät 16 der Ludwig-Maximilians-Universität in München beschäftigt.
Schon als ich mich zu diesem Studiengang eingeschrieben habe, hatte ich zugegebenermaßen keine klare Idee davon. Ich habe deshalb Mathematik ausgewählt, weil mir diese Wissenschaft schon immer Spaß gemacht hat, weil ich nach dem Zivildienst im Probestudium festgestellt hatte, dass ich regelrecht ausgehungert danach war, wieder etwas logisch Analytisches zu lernen, und Mathematik ist doch einfach schön, oder? Ganz reibungslos verlief das Ganze dann nicht, doch trotzdem oder gerade deswegen stand ich einige Jahre später nach meiner letzten Prüfung vor dem Institut und dachte: „So, das war es. Und jetzt?“ Viele meiner Kommilitonen hatten sich bereits vor den Prüfungen oder während ihrer Diplomarbeit um Bewerbungen und Jobangebote gekümmert, während ich mich erst einmal ganz darauf konzentriert habe, die Mengen an Stoff für die Diplomprüfungen, deren zugehörige Vorlesungen nun doch gefühlt eine sehr lange Zeit her waren, vollends zu verstehen und zu verhindern, dass die Erkenntnisse, die mir jeder neue Lerntag brachte, nicht die vom Vortag wieder verdrängten.
Lange Rede kurzer Sinn, ich hatte also ein Diplom, mit dem ich sehr zufrieden sein konnte, in der Tasche, durch Praktikum und Werkstudententätigkeit auch den Verdacht, dass man damit etwas anfangen könnte, aber eine konkrete Idee? Doch, ich muss gestehen, dass es mir ein Praktikum in den heiligen Hallen der Münchener Rück oder, jetzt richtig, von Munich Re angetan hatte und ich auch durch eine Vorlesung bereits wusste, was Rückversicherung ist. Nach kurzer Recherche im Internet und einigem Zeitunglesen, zu dem ich jetzt plötzlich wieder Zeit hatte, und einem Kassensturz, der ergab: Na ja, Urlaub wird wohl nicht gehen ..., habe ich mir fünf Unternehmen ausgesucht, die meiner Meinung nach glücklich wären, mich in ihren Reihen zu haben, also einen gut ausgebildeten Mathematiker, sogar mit Fachrichtung Wirtschafts- und Finanzmathematik, der sich zu allem in der Lage sah ... hatte ich nicht auch, wider Erwarten, das Studium überlebt?
Die ersten beiden Antworten kamen auch sehr schnell, aber ein genaueres Lesen der durchaus netten Briefe belehrte mich recht schnell: So begeistert können die nicht von meinen Unterlagen gewesen sein, die sahen den enormen Nutzen, den ich ihnen bringen wollte, nämlich keineswegs so wie ich. Resultat: Erste Zweifel!
Nach zwei weiteren Wochen des Wartens und stärkeren Zweifeln (zwei weitere Bewerbungen wurden angefertigt, deren Texte mich als ein Luxusmodell von Mathematiker ausweisen sollten) endlich der erste Anruf! ... Natürlich komme ich gerne vorbei um mich vorzustellen! ... Jetzt galt es nur noch, die freundliche Stimme davon zu überzeugen, in mir den Richtigen gefunden zu haben!
Später sollte ich erfahren, dass mir dieses bei der Dame der Personalabteilung eines deutschen Ablegers einer großen internationalen Unternehmensberatung, der die freundliche Stimme gehörte, durchaus wohl ganz gut gelang, bei den möglichen zukünftigen Kollegen, denen ich wenige Tage später im zweiten Gespräch vorgestellt wurde, leider wohl nicht so sehr. Innerhalb einer Woche nach der ersten Kontaktaufnahme hatte ich dann auch

sehr schnell den unterschriftbereiten Vertrag von der Dame mit der freundlichen Stimme zugesendet bekommen. Das Ganze wurde dann noch von einem zweiten Bewerbungsgespräch bei einem großen Münchener Rückversicherer verzögert, dessen Prozess sich bei weitem sehr viel zögerlicher gestaltete und auch keinen guten Ausgang nahm.
Ich unterschrieb also das erste Angebot und trat zweieinhalb Monate nach meinem Abschluss die erste Stelle an.
Was arbeitet man als Mathematiker also? Ich habe schon die Begriffe: „Excel-Gott" und „Zahlendreher" gehört und wurde von Freunden auch schon an der Tankstelle gefragt, ob ich einmal schnell den Verbrauch ausrechnen könnte. „Ich bin Mathematiker und kein wandelnder Taschenrechner!" war stets meine Antwort auf derlei praxisnahe Wünsche. Im Beruf mit dem klangvollen Titel: „Benefits Consultant" war das ähnlich. Die Hauptaufgabe bestand darin, pensionsversicherungsmathematische Gutachten zu erstellen. Muss ich noch mehr erklären? Wohl schon. Die meiste Zeit habe ich darauf verwendet, die zugesendeten Personaldaten der Mitarbeiter unserer Mandanten aufzubereiten, mit den Daten des Vorjahres abzugleichen, Unterschiede nachzufragen und zu plausibilisieren, Neueintritte herauszufinden und scheinbare oder echte Austritte zu verifizieren, verschiedene Rentenansprüche zuzuweisen und abzugleichen ... Der SVERWEIS in Excel wurde in dieser Zeit mein bester Freund. Soviel zu „Excel-Gott".
Danach musste das Programm, das die eigentliche Höhe der Pensionsrückstellung nach HGB, IFRS, US-GAAP oder irgendeiner weiteren Bilanzierungsvorschrift berechnet, angepasst werden, mit den aufbereiteten Daten gefüttert werden und mit viel Kaffee und guten Worten davon abgehalten werden, sich aufzuhängen, abzustürzen oder Effekte zu berücksichtigen, die mir vorher in meinen furchterregendsten Alpträumen nicht in den Sinn gekommen wären. Wovon Mathematiker halt so Alpträume bekommen. Ich weiß, das klingt schrecklich, hat aber trotzdem Spaß gemacht und brachte mir einige Freundschaften der oben erwähnten anfangs von mir wenig eingenommenen Kollegen ein.
Ein Jahr später wechselte ich die Stelle und das Unternehmen. Graduate Trainee der Münchener Rück ... Verzeihung ... Munich Re. Jetzt wurde die Sache noch interessanter. Embedded Value Berechnung und Risikokapital Bestimmung. Wieder maßgeblich bearbeitet in – man wird es erraten haben: EXCEL! Nach Beendigung des Traineeprogramms betreue ich nun eine Lebensrückversicherungsabteilung als Consultant Valuation. Das Traineeprogramm selbst war sehr spannend: 6 Wochen in einer anderen Abteilung, um den Konzern und das Rückversicherungsgeschäft besser kennen zu lernen, 6 Wochen in einer Außenstelle, bei mir Singapur, und 6 Wochen Seminare mit allen anderen Trainees, die das gesamte Geschäft des Konzern beleuchten, um nur die Hauptbestandteile zu nennen.
In meiner jetzigen Tätigkeit kann ich doch tatsächlich einiges aus dem Studium gebrauchen! Ich muss gestehen, ich war sehr erstaunt darüber. So berechnen wir tatsächlich den Value at Risk des Geschäfts, simulieren den Geschäftsverlauf nach verschiedenen Methoden stochastisch und errechnen die Werthaftigkeit des Geschäfts der Abteilungen, für die wir zuständig sind. Auch der Kontakt zu anderen Menschen ist zum Glück enorm wichtig, so muss ich natürlich in engem Kontakt mit den Client Managern

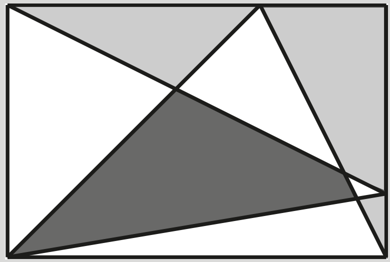
stehen, um über die wichtigsten Änderungen und Neuigkeiten im Geschäft auf dem Laufenden gehalten zu werden, damit ich den Wert des Geschäft auch so korrekt wie nur möglich abbilde.
Langeweile, gerade zum Jahresende hin, wenn der Konzern wissen will, wie das Geschäft gelaufen ist, oder zur Jahresmitte hin, wenn die Planung des Geschäfts der nächsten Jahre vorgenommen wird, kommt da keinesfalls auf. Auch die Weiterbildung kommt nicht zu kurz: So werde ich in den kommenden Jahren zum Aktuar DAV (nicht Alpenverein) ausgebildet.
Ich habe Mathematik studiert und nun? Das Ende des Weges ist das bestimmt nicht. Aber der Anfang! Meiner Meinung nach war das Mathematikstudium die Eintrittskarte für mich in eine neue Welt. Die Arbeitswelt. Die Probleme werden praxisnäher, auf die Frage: „Was ist 2+2?“ wird nicht mehr gefragt: „In welchem Restklassenkörper?“, sondern ganz praktisch 4 angenommen. Auch wenn der Kapitalmarkt das oft anders sieht. Die Zeiteinteilung hängt nicht mehr so sehr vom eigenen Wohlbefinden ab, sondern nun fast ganz von Personen, die Professoren recht ähnlich sind und doch irgendwie ganz anders, den Chefs, und die Volatilität meiner finanzielle Lage hat sich doch dank eines regelmäßigen Eingangs auf meinem Konto stark reduziert.
Fazit: Ich habe eine interessante Arbeit, viele neue Freunde und Kollegen und wieder einen spannenden Weg vor mir! Ich hoffe, es wird Dir ähnlich oder sogar noch besser gehen! Viel Glück!

Christoph Henschel

Rätselecke

Rechteck

Auf den benachbarten Seiten eines Rechtecks hat man jeweils einen beliebigen Punkt ausgewählt und mit den jeweils gegenüberliegenden Ecken des Rechtecks verbunden. In welchem Verhältnis steht die dunkelgrau gefärbte Fläche zu der hellgrau gefärbten Fläche?



Würfel

Ist es möglich, einen 1×1×1 Würfel mit einem Papierstreifen1×12 in zwei Schichten zu bekleben, ohne den Streifen zu durchschneiden?

Drei Lampen

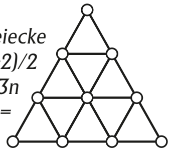
Die Schalter für drei (im Moment ausgeschalteten) Lampen in einem Dachgeschoßzimmer befinden sich im Keller. Versuchen Sie festzustellen, zu welcher Lampe welcher Schalter gehört! Dabei ist es nicht erlaubt, mehr als einmal in den Keller runterzusteigen.

Ein Birkenhain

In einem kleinen Birkenhain wachsen sieben Birken. Wählt man beliebige drei Birken, so stellt man fest, dass der Abstand zwischen mindestens zwei von ihnen genau 5 Meter beträgt. Wie ist das möglich?

Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 23

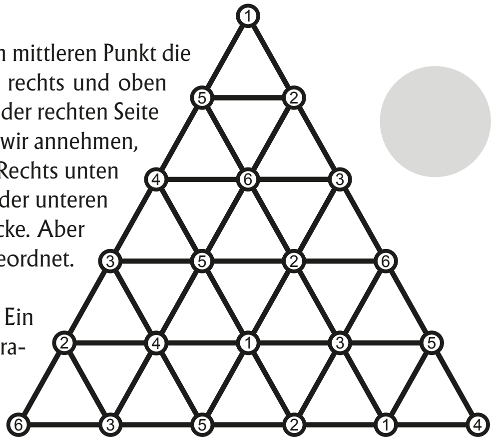
Ein Dreieck werde durch Parallelen zu den Dreiecksseiten in n^2 kongruente Teildreiecke zerlegt (vgl. nebenstehende Skizze für den Fall n = 3). Wir wollen jedem der (n+1)(n+2)/2 Geradenschnittpunkte eine der Zahlen 1,…,n+1 zuordnen, so dass auf keiner der 3n Geraden die gleiche Zahl mehrfach vergeben wird. Man zeige, dass dies für n = 2,4,6,… stets möglich ist und auch für n = 5, nicht jedoch für n = 3.



Man kann ein Koordinatensystem auf dem großen Dreieck einführen: Die *x*-Achse läuft über die linke Seite von oben nach unten und die *y*-Achse über die rechte Seite von oben nach unten. Somit hat der oberste Punkt die Koordinaten (0,0), zwei Punkte auf der nächsten waagrechten Linie haben die Koordinaten (0,1) und (1,0) usw. Dem Punkt mit den Koordinaten (x,y) wird die Zahl $k+1$ genau dann zugeordnet, wenn $y-x=k$ (mod $n+1$). Falls n gerade ist, bekommt man so die gewünschte Zuordnung. Falls aber n ungerade ist, wird zwei Ecken auf der unteren Seite des großen Dreiecks die gleiche Zahl zugeordnet.

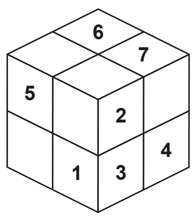
Für $n=3$ gibt es keine passende Zuordnung. Falls dem mittleren Punkt die Zahl 1 zugeordnet ist, erhalten die Nachbarpunkte rechts und oben rechts nicht 1, also z.B. 2 und 3. Für die Randpunkte der rechten Seite bleiben dann 1 und 4. Wegen der Symmetrie dürfen wir annehmen, dass der obersten Ecke die Zahl 1 zugeordnet wird. Rechts unten steht dann 4. Wegen der 1 in der Mitte 1 bleibt auf der unteren Seite des großen Dreiecks für die 1 nur die linke Ecke. Aber dann ist den Ecken der linken Seite jeweils die 1 zugeordnet.

Eine Lösung für $n=5$ ist auf dem Bild dargestellt. Ein Algorithmus zur Erzeugung von Lösungen für ungerade $n > 5$ ist nachzulesen unter www.mathe-lmu.de.



Die Seitenflächen eines Würfels seien in vier gleiche Teilquadrate unterteilt, die wir jeweils in einer der Farben Blau, Gelb oder Rot einfärben wollen. Wir wollen dabei wie folgt vorgehen: Wir geben bei drei Teilquadraten die Farbe vor und färben anschließend sukzessive diejenigen Teilquadrate ein, deren Farbe durch die Vorschrift, dass nie Teilquadrate mit gemeinsamer Kante gleich gefärbt sein dürfen, eindeutig bestimmt ist (vgl. die erste Aufgabe der Rätselecke von Heft 20). Zeige, dass so mit geeigneter Vorgabe maximal weitere 11 Teilquadrate eingefärbt werden können.

a. Der Würfel sei durch eine Ebene parallel zu zwei Seitenflächen in zwei gleich große Hälften geteilt. Ist nur bei Teilquadraten in einer der Hälften die Farbe vorgegeben, so können beim Vorgehen gemäß der Vorschrift nur Teilquadrate in dieser Hälfte gefärbt werden, d.h. insbesondere nicht ausreichend viele.
b. Damit wir die Iteration starten können, müssen zwei der drei farblich vorgegebenen Teilquadrate genügend nahe benachbart und unterschiedlich gefärbt sein. Aus Symmetriegründen können wir uns auf Paare (1,*k*) mit *k* = 2,3,4,5 beschränken (siehe Skizze).



c. Etwa mit der Vorgabe 1 = rot und 2 = blau können wir weitere vier Teilquadrate einfärben (= Konfiguration ***K***). Nach a und aus Symmetriegründen genügt es, als drittes Teilquadrat die Fläche 6 zu betrachten, doch deren Farbe rot bzw. blau bzw. gelb gestattet nur die Einfärbung weiterer null bzw. fünf bzw. vier Teilquadrate, d.h. nicht genügend vieler.
d. Die Paare (1,3) und (1,4) sind äquivalent zu Unterkonfigurationen von ***K***, d.h. wir kommen hier nicht weiter als in c.
e. Beim Paar (1,5) (o.B.d.A. sei 1 = rot und 5 = blau) können wir die beiden anderen Teilquadrate dieser Seitenfläche gelb einfärben. Wegen a und aus Symmetriegründen brauchen wir als drittes Teilquadrat nur noch 6 oder 7 betrachten. Da aber (5,6) äquivalent zum Paar (1,4) ist, kommen wir mit Quadrat 6 nicht weit genug. Bei 7 erlaubt die Farbwahl gelb bzw. rot bzw. blau die Einfärbung weiterer null bzw. zwei bzw. neun Teilquadrate. Letzterer Fall ist die gesuchte optimale Lösung. Übrigens gibt es davon ausgehend fünf verschiedene Vervollständigungen der Einfärbung nach der Vorschrift.

Max hat ein kleinkariertes DIN A4-Blatt (Gitterabstand 0,5 cm) und möchte Orthogonalprojektionen von Würfeln zeichnen, so dass

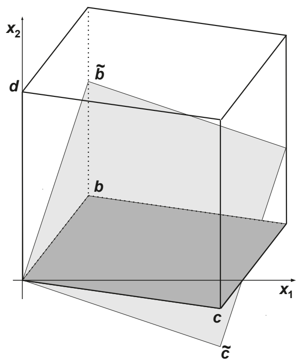
a) jeder Eckpunkt auf einen Gitterpunkt fällt,

b) alle Seitenflächen als (nichtausgeartete) Parallelogramme erscheinen, aber nicht als Rauten, und

c) vier der Würfelkanten vertikale Linien ergeben.

Gibt es überhaupt solche Würfelprojektionen, und wenn ja, wie viele (wobei wir bei Projektionen, die durch Spiegelungen oder Verschiebung ineinander übergeführt werden können, keinen Unterschied machen)?

Es sei W ein Würfel im $\mathbb{R}^3$ mit einem Eckpunkt im Ursprung und Projektion wie nebenstehend. Wir drehen den Würfel um die x_1-Achse, bis die dunkelgrau markierte Würfelfläche in der x_1x_2-Ebene liegt (hellgrau markiert). Die Projektionspunkte $b = (b_1,b_2)$ und $c = (c_1,c_2)$ bewegen sich dabei nach $\tilde{b} = (b_1,c_1)$ und $\tilde{c} = (c_1,-b_1)$. Die Kantenlänge des Würfels ist also $\sqrt{b_1^2+c_1^2}$, und für den Projektionspunkt $d = (0,d_2)$ gilt (beachte Satz von Pythagoras und ähnliche Dreiecke im $\mathbb{R}^3$)



$$d_2 \,/\, \sqrt{b_1^2+c_1^2} \;=\; \sqrt{c_1^2-b_2^2} \,/\, c_1 \;=\; \sqrt{b_1^2-c_2^2} \,/\, b_1$$

Es folgt

$$d_2 \;=\; \sqrt{b_1^2+c_1^2}\;\sqrt{1-b_2^2/c_1^2} \;=\; \sqrt{b_1^2+c_1^2}\;\sqrt{1-c_2^2/b_1^2}$$

Wird nun jeder Eckpunkt auf einen Gitterpunkt projiziert, so sind die Koordinaten $b_1,b_2,c_1,-c_2,d_2 \in \mathbb{N}$ (Einheit = 0,5 cm). Mit den größten gemeinsamen Teilern $p := \mathrm{ggT}(b_1,c_1)$ und $q := \mathrm{ggT}(b_2,-c_2)$ sowie $u := b_1/p = -c_2/q$ und $v := c_1/p = b_2/q$ wird aus obiger Beziehung

$$d_2 \;=\; \sqrt{u^2+v^2}\;\sqrt{p^2-q^2}.$$

Die Überprüfung einer überschaubaren Zahl von Quadrupeln $(u,v;p,q)$ (mit (u,v) teilerfremd, $q < p$), ob das resultierende $d_2 \in \mathbb{N}$ ist, führt zu den acht Lösungen (1,2;7,2), (1,2;9,1), (1,3;7,3), (1,7;3,1), (2,3;7,6), (2,11;3,2), (3,4;5,4) und (3,4;5,3) – eventuell auch (1,2;14,4), wenn die Karos auf dem DIN A4-Blatt passend liegen. Bei (1,3;11,9) und (1,4;9,8) ist die Projektion ein bisschen zu groß für das DIN A4-Blatt, bei (1,1;3,1) und (1,2;3,2) enthält die Projektion Rauten im Widerspruch zu b).

Chile

Erfahrungsbericht aus Valparaíso

Erfahrungsbericht, experiencia, lateinisch experiri, aus-**probieren** – und dabei beziehe ich mich nicht nur auf Wein**probe** oder das **Probieren** sämtlicher kulinarischer Köstlichkeiten, die im Übrigen nicht zu verachten sind – das muss es wohl zum größten Teil gewesen sein, das raus aus dem Alltag, das Interesse, neue Dinge auf die **Probe** zu stellen, die eigenen Fähigkeiten zu er**proben** und auszutesten, was mich dazu gebracht hat, mich in die Unmengen an Angeboten und Möglichkeiten für Auslandsaufenthalte der LMU zu stürzen, abzuwägen und schließlich eine Wahl zu treffen: Chile sollte es sein. Ein Semester in der Partneruniversität Universidad Católica de Valparaíso. Nach glücklicherweise erfolgreichem Durchlaufen des Bewerbungsverfahrens von Seiten der LMU (frühzeitige Fristen weit vor Beginn des Auslandsaufenthaltes!) – Danke an dieser Stelle an Frau Dietrich für die großartige, freundliche Unterstützung und die einwandfreie Organisation – galt es, sich eine Weile auf die endgültige Antwort aus Valparaíso zu gedulden, die schließlich im Januar eintraf. Bis zur Abreise im Februar häufte sich die Bürokratie mit Beantragung des Visums etc., wobei ich meine Entscheidung, die Visumsangelegenheiten bereits in Deutschland zu erledigen, nicht bereue, auch wenn die Zeit etwas knapp war. A propos Bürokratie möchte ich noch kurz eine Anekdote zur Registrierung meines Visums im Registro Civil in Valparaíso schildern: Ein nicht ganz mittig zentrierter Stempel meines Studentenvisums war Ursache zur kurzweiligen Verkündung, es sei ungültig, was nach umgehender Prüfung geklärt werden konnte und mich letztendlich nur einiges Warten, das erneute ganze Prozedere der Fingerabdrücke etc. und einige Nerven kostete, bis ich schließlich nach doppelter Bearbeitungszeit im Vergleich zu meinen Studienkollegen meine chilenische cedula in Empfang nehmen konnte.

Bei all den wunderbaren Erlebnissen, die ich während meines Auslandssemesters erfahren durfte, hat mich die unglaubliche Herzlichkeit und Freundlichkeit in den Begegnungen mit den Chilenen am meisten beeindruckt. Sei es im Hostel oder im Supermarkt, sei es der Taxifahrer oder der Pförtner in der Uni, die Kommilitonen oder die Professoren – immer schlug mir eine Welle von Offenheit, Freundlichkeit und Hilfsbereitschaft entgegen, gemischt mit der Freude sich auszutauschen und Worte zu wechseln. Auch innerhalb der Kurse herrscht eine kaum zu beschreibende Atmosphäre: Gelassenheit in Verbindung mit Respekt und Achtung vor allem gegenüber dem Lehrpersonal, wobei aber keine kühle Distanzierung zu spüren ist. Vielleicht mag es auch an der geringen Klassenstärke (9 Studenten) liegen, jedenfalls gab es keine Schwierigkeiten, Kontakt mit den chilenischen Studenten zu schließen, was mir für meinen Aufenthalt hier wichtig war, um nicht nur Freundschaften mit „Auslandssemestlern“ zu schließen. Am Rande sei hier bemerkt, dass ich durch meine Spanischklasse und auch durch die zu Beginn realisierte Orientierungswoche tolle Leute international gemixt kennenlernen durfte, mit denen ich großartige Erlebnisse, Ausflüge und Reisen teile. Doch zurück ins IMA (Instituto Matemático): ich fühlte ich mich gleich vom ersten Tag an aufgenommen in der Familie IMA, was auch einen großen Vorteil beim

Halten von Präsentationen darstellt, da die Hemmschwelle Fremdsprache dadurch deutlich dezimiert wird. Ich habe auch immer den Eindruck, dass Studenten und Professoren am selben Strang ziehen – eine Erfahrung, die ich in meinem bisherigen Mathematikstudium nur gering zu spüren bekommen hatte. Dem Engagement meines Geometrieprofessors habe ich es auch zu verdanken, dass ich gegen Ende August an einer Exkursion auf die Insel Chiloe teilnehmen kann: Studenten verschiedener Fachrichtungen unterstützen für zwei Wochen die Lehrkräfte in den dortigen Schulen; die Projekte dafür wurden während des Semesters vorbereitet. Für mich als Lehramtsstudentin stellt dies eine einmalige, spannende und praxisorientierte Möglichkeit dar, und ich freue mich jetzt schon auf die Eindrücke und Einblicke in die Schulwelt in Chiloe.
Hier noch eine kleine Erfahrungsauswahl, die vielleicht Chile-Reiseinteressierten nützen:
Wohnungssuche verläuft sehr unkompliziert: nicht vergleichbar mit Münchner Verhältnissen; Verträge gibt es nicht, man kommt vorbei und zieht quasi am selben Tag schon ein.
Auch wenn das Thermometer im Winter in Deutschland niedrigere Temperaturen aufweist, mir erscheint der chilenische Winter

deutlich härter. Problem an der ganzen Sache: es gibt nämlich keine Heizung, nirgendwo, sprich man friert den ganzen Tag bei einer Dauertemperatur von 7 Grad. Handschuhe und Wintermantel in der Bibliothek sind gar nicht mal so lustig!
Dass man sich an das Treppensteigen oder Hinauflaufen der zahlreichen Cerros in Valparaíso gewöhnt, bezweifle ich ein wenig, geht einem doch immer die Puste aus, aber dass es sich lohnt, ist unbestritten: Sich in den verwinkelten Gassen der bunten Häuser zu verlieren, immer neues entdecken, ist einfach großartig – aber Vorsicht vor den Hunden und ihren Hinterlassenschaften!
Busfahren und die guten Micros: wann, wie, wo, wohin – alles nicht so genau festgelegt, macht aber auch flexibel und ist auf jeden Fall eine Erfahrung wert, wenn z.B. Musiker, Verkäufer, die unterschiedlichsten Leute einsteigen und unter Niesen auf Grund der Reste des Tränengaseinsatzes der letzten Proteste bei offener Tür die Straßen dahinbrausen oder die Cerros hochkriechen ...
Ich blicke also glücklich auf eine erfahrungsreiche Zeit zurück mit dem zufriedenen Gefühl, dass meine Zeit hier noch nicht ganz zu Ende ist, und mit der Gewissheit, dass viel Spannendes und Unvorhersehbares auf mich zukommen wird. Der Traum vom Ausprobieren geht noch ein bisschen weiter!

Johanna Steck

Schweiz

Auslandsaufenhalt in Lausanne


Ruhepause in der Diableretsgruppe

Als mein späterer Diplomarbeitsbetreuer im Gespräch erwähnte, ein ehemaliger Kommilitone von ihm habe in Lausanne einen Lehrstuhl für theoretische Neurowissenschaften, ergab sich der weitere Weg in mein Auslandssemester fast von selbst. Da ich zu diesem Zeitpunkt bereits alle für das Hauptstudium benötigten Scheine erworben hatte, bot es sich an, dort in einem Semesterprojekt erste Forschungserfahrungen im Gebiet der Neurowissenschaften, für das ich mich seit jeher interessiere, zu sammeln. Nach einer ersten Kontaktaufnahme mit Professor Gerstner und Regelung der Formalitäten mit der EPFL (École Polytechnique Fédérale de Lausanne) stand fest, dass ich das kommende Wintersemester in der französischen Schweiz, am Laboratory of Computational Neuroscience (http://lcn.epfl.ch), verbringen würde.
Die Wohnungssuche gestaltete sich schwierig, da alle Wohnheimplätze offiziell bereits vergeben waren. So bewarb ich mich um eine Einzimmerwohnung von Deutschland aus, was bestimmt nicht die günstigste Alternative war. Am Rande sei hier aber erwähnt, dass effektiv, selbst während des Semesters, immer Wohnheimplätze vergeben wurden, vorausgesetzt man begab sich persönlich zum zuständigen Student Help Desk oder, besser noch, zum Hausmeister des Wohnheims. Ich reiste bereits einen Monat vor Semesterbeginn an, um am dreiwöchigen kostenfreien Sprachkurs des Erasmusprogramms teilzunehmen – bisher konnte ich lediglich einige Brocken französisch sprechen. Im Kurs schmiedete ich bereits erste Bekanntschaften, die den Rest des Semesters, zum Teil bis heute, anhalten sollten. Die Teilnahme an diesem Sprachkurs ist unbedingt empfohlen, das Niveau des Unterrichts war wirklich erstklassig.
Die meiste Zeit des Aufenthalts verbrachte ich, neben einem fortführenden Sprachkurs, mit der Arbeit an meinem Projekt. Bei der Ankunft hatte ich Gelegenheit, die Arbeitsgruppe von Professor Gerstner kennenzulernen. Anschließend wurden mir die verschiedenen Forschungsbereiche von den Mitarbeitern vorgestellt. Ich entschied mich für die Arbeit an einem Single Neuron Model, welches mittels neu eingeführter Modifikationen die Vorhersage des Auftretens von Spikes – das aktive Feuern von Neuronen, abhängig vom in das Neuron eingehenden elektrischen Strom – verbessern sollte. Ich wurde für diese Zeit fest in das Team eingebunden und nahm an allen Gastvorträgen und sonstigen Aktivitäten teil. Einen besseren Einblick in die Arbeitsweise als Doktorand kann man wohl kaum bekommen – dies war mir wichtig, da ich durchaus vorhabe, nach dem Abschluss des Studiums weiter an einer Universität zu bleiben. Betreut wurde ich während meiner Arbeit von einem Doktoranden, mit dem ich in dieser Zeit auch das Büro teilen konnte. Die gesamte Forschungsarbeit und Kommunikation im Team fand auf Englisch statt, da nur ca. ein Drittel der Leute dort frankophon war. Meine französische Fortbildung fand also eher außerhalb der Universität statt. Zur Präsentation meines Fortschritts und der Ergebnisse musste ich zwei Vorträge

vor der Arbeitsgruppe halten, die eine recht spannende und auch arbeitsintensive Erfahrung darstellten, da dies für mich die erste selbstständige Forschungsarbeit war.
Neben der exzellent ausgestatteten und sehr modernen Campus-Universität der EPFL hat auch die Stadt Lausanne einiges zu bieten. Direkt am Genfer See gelegen wird sie, dank der vielen Höhenunterschiede, oft als das San Francisco der Schweiz bezeichnet und liegt wunderschön zwischen den Weinhängen der Regionen Lavaux und la Côte. Neben dem nicht zu vernachlässigenden Nachtleben gibt es dort auch tagsüber einiges zu tun. Im Spätsommer bot sich mir die Gelegenheit zu regelmäßigem Beachvolleyball an der See-Promenade und natürlich zu Touren auf einer Vielzahl von Bergen, die von Lausanne aus leicht per Zug zu erreichen sind. Die zentrale Lage lädt auch zu Ausflügen nach Bern, Genf, Luzern oder Evian ein. Im Winter verbrachte ich die meisten Wochenenden in den Bergen der Umgebung beim Snowboarden, man geht ja nicht umsonst in die Schweiz.


Chateau de Chillon bei Montreux

Umsonst geht man übrigens auch bestimmt nicht in die Schweiz, da, es muss gesagt werden, das Preisniveau auch für den abgehärteten Münchner recht hoch angesiedelt ist. Geeignete Finanzierung und ein umsichtiges Einkaufsverhalten, was Lebensmittel angeht, ist hier von Nöten. Insgesamt kann ich aber die Stadt Lausanne und ihre Universität, auch wenn ich mir dort von der Lehre keinen Eindruck verschaffen konnte, als Auslandsziel wärmstens empfehlen. Es scheint, dass die Schweiz dort nicht an der Bildung spart und die EPFL sich auf einem sehr hohen Niveau bewegt. In der legendären Unikneipe „Satellit“ wird zum Ausgleich auch tagsüber schon oft für niedriges Niveau gesorgt. Die Gegend belohnt außerdem durch eine gehörige Portion französischen Charmes, was den Begriff Auslandsaufenthalt trotz der nahen Lage auch kulturell rechtfertigt. Lausanne wächst einem durchaus ans Herz, wenn man nach einem Snowboardtag im urgemütlichen Café Romand in der Altstadt bei Käsefondue und Weißwein den Tag beschließt.
Zum Abschluss will ich noch das Forschungspraktikum an sich empfehlen. Bis zur Diplomarbeit konzentrierte sich das Studium der Mathematik hauptsächlich darauf, möglichst umfassende mathematische Grundlagen zu vermitteln. Durch das Praktikum wird man durch die Bearbeitung einer konkreten Fragestellung schon vor der Diplomarbeit an die Forschungstätigkeit herangeführt, was nicht nur persönlich von Vorteil ist, sondern, denke ich, auch gerne gesehen wird. So kann ein Auslandsaufenthalt durchaus auch nach dem Hauptstudium sinnvoll sein und zu mehr dienen als dem Erbringen von ein paar Pflichtleistungen. Mir wurde in dieser Zeit zudem das erste Mal bewusst, dass geneigte Mathematiker auch als Quereinsteiger in vielen anderen Forschungsbereichen gerne gesehen sind. Einer Intitiativbewerbung als Praktikant sind die meisten Institute sicher nicht abgeneigt.

Alex Seeholzer

Wann gilt „verloren +verloren=gewonnen“?

Vitali Wachtel

Im Jahr 1996 hat der spanische Physiker Juan Parrondo bei einer Tagung einen Vortrag mit dem Titel „How to cheat a bad mathematician“ gehalten. In diesem hat er zwei auf Münzwürfen basierte Spiele konstruiert, die einen Spieler in den Ruin treiben, wenn man jeweils nur ein Spiel von beiden immer wieder spielt. Und die Frage, mit der man schlechte Mathematiker austricksen kann, war: Falls man mit Hilfe einer zusätzlichen Münze entscheiden darf, welches Spiel gespielt wird, ist diese Kombination auch dann noch schlecht für den Spieler? Es kommt heraus, dass diese Kombination vom Vorteil sein kann. Dieses Paradoxon trägt jetzt den Namen des Entdeckers. Seit diesem Vortrag ist das Thema sehr populär geworden: Es gibt mehrere veröffentlichte wissenschaftliche Aufsätze, viele Medienberichte, und Google findet 18500 relevante Seiten im Internet.

Hier werden wir die originale Version von Parrondo's Paradoxon betrachten und werden versuchen, das kontraintuitive Verhalten mathematisch zu erklären.

Spiel A: In jeder Runde wird eine Münze geworfen, bei der „Kopf“ mit Wahrscheinlichkeit p vorkommt. Wird „Kopf“ geworfen, so erhält der Spieler 1 Euro, andernfalls verliert er 1 Euro. Es ist klar, dass dieses Spiel für den Spieler nur dann günstig ist, wenn $p > 1/2$ ist: Durchschnittlich bekommt man $1 \cdot p + (-1) \cdot (1-p) = 2p - 1$ Euro pro Runde. Aufgrund dieser einfachen Berechnung werden wir alle Spiele in 3 Gruppen teilen: Ein Spiel heißt

– **verlustbringend**, falls der erwartete Gewinn in jeder Runde negativ ist;

– **fair**, falls der erwartete Gewinn in jeder Runde gleich Null ist;

– **gewinnbringend**, falls der erwartete Gewinn in jeder Runde positiv ist.

Wenn erst nach n Runden abgerechnet wird, so ist der mittlere Gewinn $(2p-1)n$ Euro. Aber es kann natürlich passieren, dass man auch ein günstiges Spiel verliert: Wenn man nach jeder Runde bezahlen muss, so kann man mit positiver Wahrscheinlichkeit pleitegehen. Sei Q_j^A die Wahrscheinlichkeit, pleitezugehen, wenn das Anfangskapital j ist. Nach der ersten Runde ist das Kapital entweder $j+1$ oder $j-1$ geworden, mit Wahrscheinlichkeiten p und $1-p$. Dann beginnt das Spiel aufs Neue. Also genügt Q_j^A der Gleichung

$$Q_j^A = pQ_{j+1}^A + (1-p)Q_{j-1}^A,\ j \geqslant 1,$$
$$Q_0^A = 1.$$

Man kann diese Gleichung wie folgt umschreiben:

$$p\left(Q_j^A - Q_{j+1}^A\right) = (1-p)\left(Q_{j-1}^A - Q_j^A\right).$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} Q_j^A - Q_{j+1}^A &= \frac{1-p}{p}\left(Q_{j-1}^A - Q_j^A\right) \\ &= \left(\frac{1-p}{p}\right)^2 \left(Q_{j-2}^A - Q_{j-1}^A\right) \\ &= \ldots = \left(\frac{1-p}{p}\right)^j \left(Q_0^A - Q_1^A\right). \end{aligned}$$

Dann gilt auch

$$\begin{aligned} Q_0^A - Q_n^A &= \sum_{j=0}^{n-1} \left(Q_j^A - Q_{j+1}^A\right) \\ &= \left(Q_0^A - Q_1^A\right) \sum_{j=0}^{n-1} \left(\frac{1-p}{p}\right)^j. \end{aligned}$$

Falls $p \leqslant 1/2$ (das Spiel ist verlustbringend oder fair), so ist $\frac{1-p}{p} \geqslant 1$. In diesem Fall sieht man, dass die einzig mögliche Lösung

$Q_j^A = 1$ für alle $j \geqslant 1$ ist. Falls $p > 1/2$, so ist $\frac{1-p}{p} < 1$ und

$$Q_0^A - Q_n^A = \left(Q_0^A - Q_1^A\right) \frac{1 - \left(\frac{1-p}{p}\right)^n}{1 - \frac{1-p}{p}}.$$

Also, wir müssen nur noch Q_1^A bestimmen. Dafür benutzen wir die Tatsache, dass Q_n^A gegen Null konvergiert, falls n unbeschränkt wächst:

$$Q_0^A = \left(Q_0^A - Q_1^A\right) \frac{1}{1 - \frac{1-p}{p}}.$$

Dies bedeutet, dass

$$Q_0^A - Q_1^A = 1 - \frac{1-p}{p}$$

ist und somit

$$Q_n^A = \left(\frac{1-p}{p}\right)^n \quad \text{für alle } n \geqslant 1.$$

Spiel B: Das zweite Spiel, das wir betrachten werden, wird mit zwei Münzen gespielt. „Kopf" kommt jeweils mit Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 vor. Falls das Kapital des Spielers durch 3 teilbar ist, so wird die erste Münze (mit Gewinnwahrscheinlichkeit p_1) geworfen. In allen anderen Fällen wird die zweite Münze geworfen. Da wir die Abhängigkeit vom Kapital eingeführt haben, ist es nicht klar, wann dieses Spiel verlustbringend, fair oder gewinnbringend ist: Falls das Kapital durch 3 teilbar ist, so ist der erwartete Gewinn gleich $2p_1 - 1$. In allen anderen Fällen ist der erwartete Gewinn gleich $2p_2-1$. Die einfachste und auch falsche Intuition wäre zu sagen, dass wenn n Runden gespielt werden, so werden ungefähr $n/3$ Runden mit der ersten Münze gespielt, $2n/3$ Runden mit der zweiten und als mittleren Gewinn in n Runden erhält man $\frac{2}{3}(2p_2 - 1) + \frac{1}{3}(2p_1 - 1)$. Falsch an dieser Überlegung ist die Annahme, dass das Kapital die ungefähr gleiche Anzahl an Runden in den Klassen $\{3j, j \in \mathbb{Z}\}$, $\{3j+1, j \in \mathbb{Z}\}$ und $\{3j+2, j \in \mathbb{Z}\}$ verbringt. Sei S_n das Kapital nach der n-ten Runde und sei $X_n = S_n \bmod 3$. Falls der Wert von X_n bekannt ist, so wissen wir auch, mit welchen Wahrscheinlichkeiten die Ereignisse $X_{n+1} = 0$, $X_{n+1} = 1$ und $X_{n+1} = 2$ eintreten. Zum Beispiel, falls $X_n = 0$, so wird die erste Münze geworfen und $X_{n+1} = 1$, $X_{n+1} = 2$ haben Wahrscheinlichkeiten p_1 und $1-p_1$. Diese Übergangswahrscheinlichkeiten kann man in einer Matrix zusammenfassen:

$$\mathbf{P}_B := \begin{pmatrix} 0 & p_1 & 1-p_1 \\ 1-p_2 & 0 & p_2 \\ p_2 & 1-p_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Also ist $\{X_n\}$ eine Markov-Kette mit der Übergangsmatrix $\mathbf{P}_B$. Man kann den Ergodensatz auf diese Kette anwenden, der besagt, dass die Wahrscheinlichkeit vom Ereignis $X_n = i$ gegen π_i für $n \to \infty$ konvergiert, wobei $\pi = (\pi_0, \pi_1, \pi_2)$ die einzige Lösung der Gleichung

$$\pi = \pi \cdot \mathbf{P}_B$$

mit $\pi_i > 0$, $i = 0, 1, 2$ und $\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1$ ist. Nun kann man sagen, dass nach n Runden ungefähr $\pi_0 n$-mal die erste Münze geworfen wird und $(\pi_1 + \pi_2)n$-mal die zweite. Somit bekommen wir den folgenden Ausdruck für den durchschnittlichen Gewinn:

$$(2p_1 - 1)\pi_0 + (2p_2 - 1)(\pi_1 + \pi_2).$$

Um π zu finden, müssen wir die Gleichungen

$$\begin{aligned} \pi_0 &= (1-p_2)\pi_1 + p_2\pi_2, \\ \pi_1 &= p_1\pi_0 + (1-p_2)\pi_2, \\ \pi_2 &= (1-p_1)\pi_0 + p_2\pi_1 \end{aligned}$$

lösen. Nach Einsetzen der dritten Gleichung in die zweite haben wir

$$\pi_1 = p_1\pi_0 + (1-p_2)\left((1-p_1)\pi_0 + p_2\pi_1\right).$$

Jetzt können wir π_1 durch π_0 darstellen:

$$\pi_1 = \frac{1-p_2(1-p_1)}{1-p_2+p_2^2}\pi_0.$$

Wenn man diese Formel in der dritten Gleichung benutzt, so hat man

$$\begin{aligned}\pi_2 &= (1-p_1)\pi_0 + p_2\frac{1-p_2(1-p_1)}{1-p_2+p_2^2}\pi_0 \\ &= \frac{(1-p_2)(1-p_1)+p_2}{1-p_2+p_2^2}\pi_0.\end{aligned}$$

Nun kann man π_0 aus der Bedingung

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1$$

bestimmen:

$$\pi_0 = \frac{1-p_2+p_2^2}{3-p_1-2p_2+2p_1p_2+p_2^2}.$$

Für $p_1 = 1/10$, $p_2 = 3/4$ hat man dann

$$\pi_0 = \frac{5}{13}, \quad \pi_1 = \frac{2}{13}, \quad \pi_2 = \frac{6}{13},$$

und der durchschnittliche Gewinn ist

$$(2\frac{1}{10}-1)\frac{5}{13} + (2\frac{3}{4}-1)(\frac{2}{13}+\frac{6}{13}) = 0.$$

D.h., im Falle von $p_1 = 1/10$, $p_2 = 3/4$ haben wir ein faires Spiel. Analog zu Spiel A kann man zeigen, dass auch eine faire Variante des Spiels B unabhängig vom Startkapital mit Wahrscheinlichkeit 1 verloren wird, d.h. $Q_j^B \equiv 1$ für alle Spiele mit $(2p_1-1)\pi_0 + (2p_2-1)(\pi_1+\pi_2) \leqslant 0$.

Wenn wir also Spiel A mit $p = 1/2$ und Spiel B mit $p_1 = 1/10$, $p_2 = 3/4$ nehmen, so haben wir zwei faire Spiele, und jedes einzelne wird uns früher oder später ruinieren.

Spiel von Parrondo: Was wird passieren, wenn man diese Spiele abwechselnd spielt? Genauer gesagt, wir konstruieren ein drittes Spiel, das die Spiele A und B kombiniert: Angenommen, dass wir noch eine Münze mit „Kopf“-Wahrscheinlichkeit γ haben. Vor jeder Runde werfen wir diese Münze, und falls sie „Kopf“ zeigt, so wird nach den Regeln von Spiel A gespielt, andernfalls wird nach den Regeln von Spiel B gespielt. Ist dieses Spiel auch fair und gehen wir ganz sicher pleite? Die Intuition sagt, dass das neue Spiel nicht besser sein kann, weil wir im Wesentlichen die gleichen zwei Spiele spielen. Aber das ist falsch. Die zusätzliche Münze „mildert“ die Bedingungen des Spiels B, in dem es sehr ungünstig war, ein Kapital zu haben, welches durch 3 teilbar ist. Im neuen Spiel sind solche Werte vom Kapital nicht mehr so ungünstig. Dafür sind andere Werte, die nicht durch 3 teilbar sind, nicht so profitabel.

Wir schauen uns genauer an, was diese Milderung bringt. Seien, wie im Spiel B, S_n das Kapital nach der n-ten Runde und $X_n = S_n \bmod 3$. Hier kann man leicht sehen, dass

$$\mathbf{P} := \begin{pmatrix} 0 & \tilde{p}_1 & 1-\tilde{p}_1 \\ 1-\tilde{p}_2 & 0 & \tilde{p}_2 \\ \tilde{p}_2 & 1-\tilde{p}_2 & 0 \end{pmatrix},$$

wobei $\tilde{p}_1 = \gamma p + (1-\gamma)p_1$, $\tilde{p}_2 = \gamma p + (1-\gamma)p_2$. Also ist das neue Spiel eigentlich Spiel B mit geänderten Parametern. Um den durchschnittlichen Gewinn zu bestimmen, müssen wir die Gleichung $\tilde{\pi} = \tilde{\pi}\cdot\mathbf{P}$ mit der Randbedingung $\tilde{\pi}_0 + \tilde{\pi}_1 + \tilde{\pi}_2 = 1$ lösen. Falls $p = 1/2$, $p_1 = 1/10$, $p_2 = 3/4$ und $\gamma = 1/2$, so haben wir

$$\tilde{\pi}_0 = \frac{245}{709}, \quad \tilde{\pi}_1 = \frac{180}{709}, \quad \tilde{\pi}_2 = \frac{284}{709},$$

und der durchschnittliche Gewinn ist

$$(2\tilde{p}_1 - 1)\tilde{\pi}_0 + (2\tilde{p}_2 - 1)(\tilde{\pi}_1 + \tilde{\pi}_2) = -\frac{2}{5}\frac{245}{709} + \frac{1}{4}\left(\frac{180}{709} + \frac{284}{709}\right) = \frac{18}{709}.$$

Also ist das neue Spiel gewinnbringend. Man kann auch zeigen, dass die Wahrscheinlichkeit, in diesem Spiel pleite zu gehen, strikt kleiner als 1 ist. Sei Q_j diese Wahrscheinlichkeit, falls man j Euro Startkapital hat. Dann genügt diese Folge den Gleichungen

$$\begin{aligned} Q_{3r} &= \tilde{p}_1 Q_{3r+1} + (1-\tilde{p}_1)Q_{3r+2}, \ r \geqslant 1, \\ Q_{3r+1} &= \tilde{p}_2 Q_{3r+2} + (1-\tilde{p}_2)Q_{3r}, \ r \geqslant 0, \\ Q_{3r+2} &= \tilde{p}_2 Q_{3r+3} + (1-\tilde{p}_2)Q_{3r+1}, \ r \geqslant 0 \end{aligned}$$

mit Randbedingung $Q_0 = 1$. Man kann auch dieses System lösen: Für faire und verlustbringende Spiele ist $Q_j \equiv 1$, und für gewinnbringende Spiele hat man

$$Q_j = \left(\frac{(1-\tilde{p}_1)(1-\tilde{p}_2)^2}{\tilde{p}_1\tilde{p}_2^2}\right)^j.$$

In unserem Spezialfall haben wir somit $Q_j = (\frac{21}{25})^j$.

Sei nun $\varepsilon \in (0, 1/10)$. Wir betrachten die Spiele A und B mit $p = \frac{1}{2} - \varepsilon$, $p_1 = \frac{1}{10} - \varepsilon$ und $p_2 = \frac{3}{4} - \varepsilon$. Beide Spiele sind dann verlustbringend. Man kann sich leicht vergewissern, dass das entsprechende Parrondo-Spiel für genügend kleine Werte von ε gewinnbringend bleibt.

Die Erklärung dieses Paradoxons ist die Tatsache, dass die Randomisierung durch die zusätzliche Münze die Gewinnwahrscheinlichkeiten in jeder Runde auf so eine Weise ändert, dass das Kapital sich viel seltener in schlechten Zuständen befindet. Man kann auch zeigen, dass eine deterministische Folge der Spiele A und B den gleichen Effekt haben kann. Zum Beispiel, die Folge $AABBAABB\ldots$ ist gewinnbringend.

Die Beobachtung von Parrondo führt natürlich zu der Frage, ob man auch zwei schlechte Strategien beim Spielen in einem Finanzmarkt in so einer Weise kombinieren kann, dass das Resultat profitabel wird. Hier gibt es kontroverse Meinungen. Einige behaupten, dass dies möglich ist. Andere wiederum zeigen sich skeptisch. Das Gegenargument basiert auf der Tatsache, dass man in Finanzmärkten strategisch agieren darf, d.h. man darf selbst (ohne Münze) entscheiden, welches Spiel zu welchem Zeitpunkt gespielt wird. In dieser Situation sind die oben beschriebenen Kombinationen von fairen (oder sogar verlustbringenden) Spielen A und B nicht optimal. Wenn man strategisch vorgehen darf, bietet es sich an, in der $(n+1)$-ten Runde Spiel A, falls $X_n = 0$, und Spiel B, falls $X_n \neq 0$, zu spielen. Mit dieser Strategie gewinnt man durchschnittlich $27/74$ Euro pro Runde. Somit ist dieses Spiel viel besser als die randomisierte Kombination, in der der Gewinn nur $18/709$ war.

Literatur

[1] Harmer, G.P.; Abbott, D.: Parrondo's paradox. Statistical Sci. 1999, 14(2):206–213.

[2] Iyengar, R.; Kohli, R.: Why Parrondo's paradox is irrelevant for utility theory, stock buying, and the emergence of life. Complexity, 9(1):23–27, 2004.

[3] Ehlen, B.: Parrondo's Paradox and its limit theorems. Diplomarbeit, LMU, München, 2010.