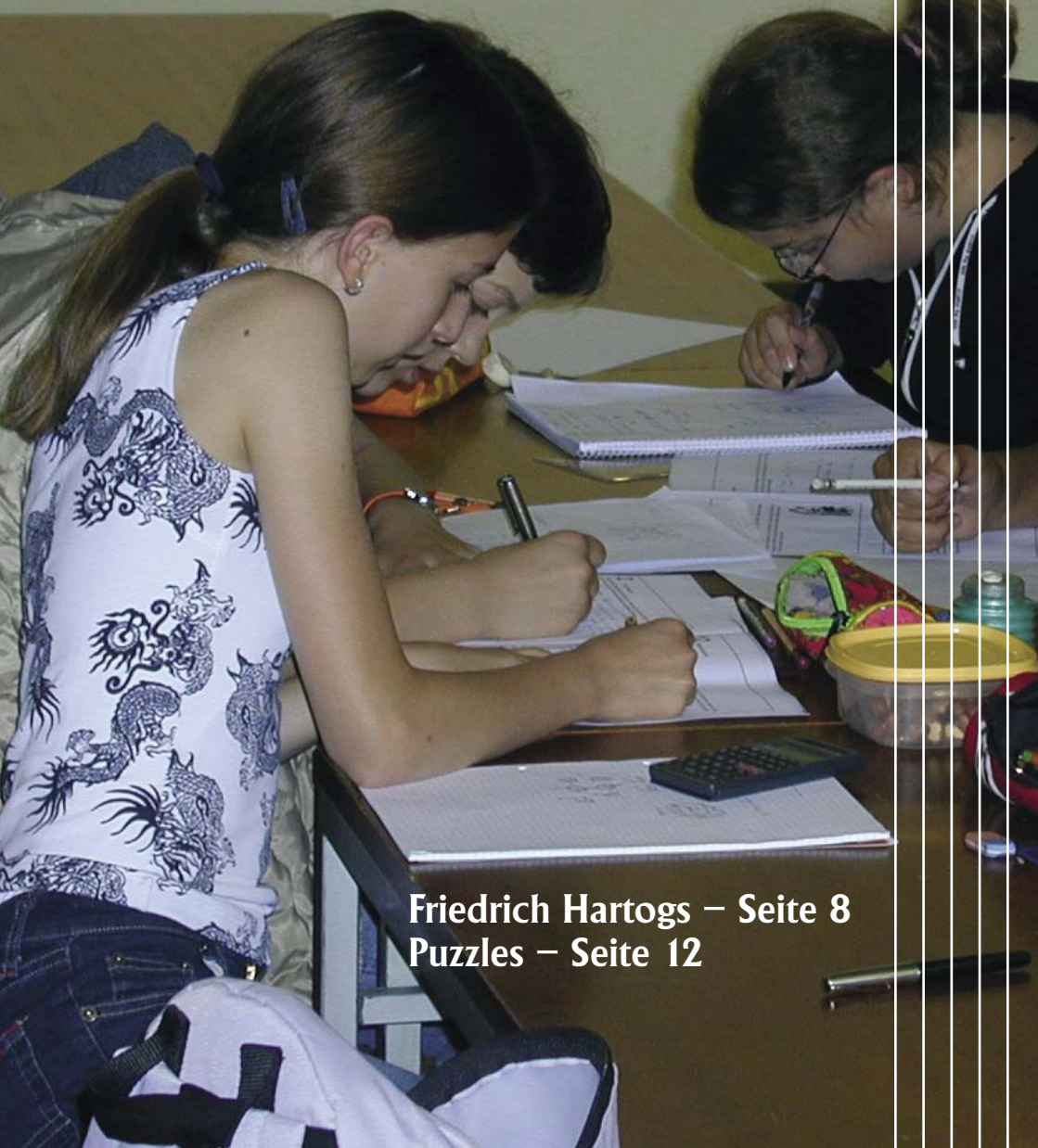




Friedrich Hartogs – Seite 8
Puzzles – Seite 12

Tag der Mathematik 2003



2001 und wieder 2003 siegten sie: Dipl.-Math. E. Schnäuder (Münchener Rück) gratuliert dem Team vom Rottmayr-Gymnasium Laufen.



Prof. Hofmann (Institut für Informatik):
Wie gewinnt man beim Hütchenspiel?



Liebe Leserinnen und Leser,

Stellenstreichungen, Mittelkürzungen, Aufschieben von Renovierungs- und Baumaßnahmen, Profilierungen, Studiengebühren, Effizienzreservenbildung – und am Ende sollen möglichst viele „Eliteuniversitäten“ unser Land wieder an die Spitze führen.

Wir haben der Versuchung widerstanden, uns in diesem Heft an dieser gespenstischen Debatte zu beteiligen. Nur so viel: Zufälligerweise berichten wir dieses Mal überdurchschnittlich viel über privates Engagement und Idealismus, enorm wichtige Elemente im Universitätsbetrieb. Eine unsensible Hochschulpolitik könnte hier verheerend wirken.

Blicken wir dennoch optimistisch auf das Jahr 2004!

Heinrich Steinlein

P.S. Mit unserer neuen Serie „Ferienpraktika und Werkstudenten“ (Seiten 20 – 21) wollen wir unsere Studierenden anregen, sich schon frühzeitig ein Bild von der Arbeitswelt zu machen.

Titelbild: Wer je den Eifer der Schülerinnen und Schüler beim Tag der Mathematik gesehen hat, weiß: Mathematik macht Spaß!

Liebes Vereinsmitglied,

leider wird „mathe-lmu.de“ infolge stark zurückgegangenen Anzeigenaufkommens nur unter erheblichem Defizit erscheinen können. Nicht zuletzt deshalb möchte ich an dieser Stelle den Mitgliedern des Fördervereins danken, die ehrenamtlich oder durch Spenden diese Aktivitäten, insbesondere den „Tag der Mathematik“ und das Probestudium, vor allem aber „mathe-lmu.de“, unterstützt und so wesentlich zu ihrem Gelingen beigetragen haben. Besonders erfreulich ist auch, dass in den Monaten nach der Mitgliederversammlung eine ganze Reihe wertvoller Anregungen eingegangen sind.

Für ihre Umsetzung benötigen wir in vielen Bereichen, sei es bei der Zeitung, bei der Mitarbeit bei Veranstaltungen, bei der Internetpräsenz, bei der Mitgliederwerbung oder bei der Alumnipflege Ihre Unterstützung! Die meisten der vielseitigen Aufgaben erfordern nur wenig zeitlichen Aufwand, in vielen lassen sich interessante Kontakte knüpfen. Im Namen aller „Aktiven“ würde ich mich sehr freuen, Sie in diesem Kreis begrüßen zu können. Vielleicht können wir bis zur Mitgliederversammlung im April mit so einer „schlagkräftigen Truppe“ den Verein mit mehr Leben erfüllen!

Bernhard Emmer
e-mail: emmer@lmu.de

Impressum **mathe-lmu.de**
Herausgeber Förderverein Mathematik
in Wirtschaft, Universität und Schule an der
Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.,
Mathematisches Institut, Universität München,
Theresienstr. 39, 80333 München
fmwus@mathematik.uni-muenchen.de.
ViSdP Heinrich Steinlein, Mathematisches Institut,
Universität München, Theresienstr. 39
80333 München, Tel. 2180-4448
steinl@mathematik.uni-muenchen.de
Redaktion Bernhard Emmer, Erwin Schörner,
Katharina Schüller, Heinrich Steinlein,
Helmut Zöschinger

Auflage 5000
Layout Gerhard Koehler, München
kws@koehler-werbe-service.de
Druck Siller Offsetdruck, Künzelsau

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichten. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

Programm Mathematik am Samstag 2004

Samstag, den 14. 2. 2004, 14.15 - 15.30 Uhr

Prof. Dr. Detlef Dürr

Der Zufall in Mathematik und Physik

Was ist der Zufall? Diese Frage sollte zumindest eine Antwort in der Mathematik und der Physik haben. Denkt man an die Physik und ihre Naturgesetze, drängt sich aber die Frage auf: Gibt es den Zufall überhaupt? Alles Geschehen des Universums läuft doch wie in einem Uhrwerk vorhersehbar ab. Wir beschreiben die Antwort des berühmtesten statistischen Physikers Ludwig Boltzmann.

Samstag, den 28. 2. 2004, 14.15 - 15.30 Uhr

Priv.-Doz. Dr. Peter Schuster

Ist $0,999... = 1$?

Holt Achilles die Schildkröte wirklich ein? Seit Zenon sind solche Fragen gestellt worden, die mit unserer Vorstellung vom Unendlichen zu tun haben. Erst nach Klärung der einschlägigen Begriffe im Rahmen der Infinitesimalrechnung konnten diese Paradoxa beseitigt werden. Sind die Probleme damit gelöst?

Samstag, den 13. 3. 2004, 14.15 - 15.30 Uhr

Dr. Yorck Sommerhäuser

**Quadratische Gleichungen, kubische Gleichungen
und Gleichungen höheren Grades**

Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen kennt jeder Schüler auswendig. Dagegen werden Gleichungen dritten oder vierten Grades in der Schule nicht mehr behandelt, obwohl die Formeln dafür schon im 16. Jahrhundert entdeckt wurden. Erst viel später erkannte man, dass es für eine Gleichung fünften Grades keine solche Formel geben kann. Wir besprechen diese Formeln und ihre Geschichte.

Samstag, den 27. 3. 2004, 14.15 - 15.30 Uhr

Prof. Dr. Martin Schottenloher

Knotentheorie – gestern, heute, morgen

Wieso sind Knoten von mathematischem Interesse? Sind Knoten sogar mathematische Objekte? Wir geben einen Abriss der klassischen Knotentheorie bis 1980 mit vielen Bildern, gehen auf die neuen Ergebnisse von Jones (1985) und anderen ein und vermitteln schließlich einen Ausblick auf interessante Anwendungen in Physik, Biologie und Informatik.

Nach allen Vorträgen gibt es Getränke und Gebäck.

Berichte aus dem Mathematischen Institut

Studentenzahlen Schon im vierten Jahr in Folge sind unsere Anfängerzahlen kräftig nach oben geschneilt, was dazu führte, dass wir in München (und wohl in ganz Bayern) wieder eindeutig die erste Adresse für die Aufnahme eines Mathematikstudiums sind. Die aktuellen Erstsemesterzahlen sind (Vorjahreszahlen zum Vergleich in Klammern):

Diplom Mathematik	99 (74)
Diplom Wirtschaftsmathematik	102 (85)
Lehramt an Gymnasien	87 (64)
Mathematik als Unterrichtsfach	54 (33)
Internationaler Masterstudiengang	14 (11)

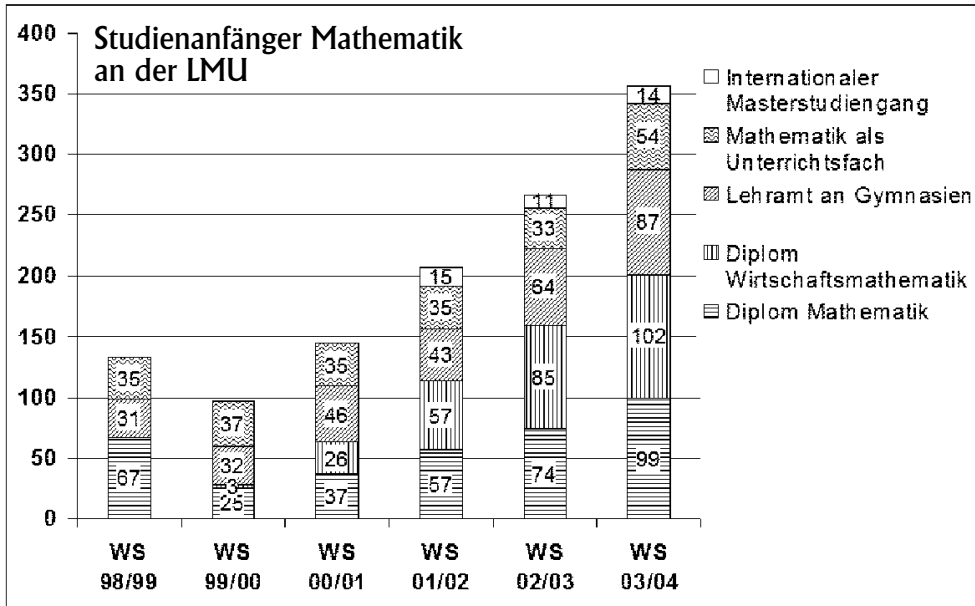
Wir haben die eindrucksvolle Entwicklung unserer Studierendenzahlen dokumentiert mit der nachfolgenden Graphik.

Finanzen Auf Antrag des Mathematischen Instituts hat sich die Haushaltskommission

der Universität mit dem Problem der chronischen Unterfinanzierung unseres Instituts befasst. Erfreulicherweise wurde diesem Antrag teilweise stattgegeben und eine dauerhafte Aufstockung des Etats zugesagt, die uns den Einstieg in die leistungs- und belastungsbezogene Mittelvergabe ermöglicht. Ein finanzieller Engpass bleibt leider bei den Hilfskraftmitteln, zum Teil noch herrührend von der Notwendigkeit, in den vergangenen Semestern über die Zuweisungen hinaus Ausgaben zu machen. Es bleibt zu hoffen, dass die Mathematik als kräftig boomendes Fach weitgehend von den angedrohten Haushaltskürzungen verschont bleibt.

Berufungen Herr Prof. Dr. Jean-Dominique Deuschel (zurzeit TU Berlin) hat den Ruf auf den Lehrstuhl für Stochastik (Nachfolge Gänßler) erhalten. Es ist zu hoffen, dass das Berufungsverfahren in Kürze einen positiven Abschluss findet.

Die Berufsungsliste für den Didaktik-Lehrstuhl (Nachfolge Fritsch) wurde vom Fachbereichsrat und vom Universitätssenat verabschiedet. Im Berufungsverfahren für den Lehrstuhl für



Angewandte Mathematik – Mathematische Stochastik (Nachfolge Schweizer) haben die Vorstellungsvorträge stattgefunden. Es ist geplant, noch in diesem Semester dem Fachbereichsrat und dem Senat eine Berufsliste vorzulegen.

Im Berufungsverfahren für einen Lehrstuhl im Bereich Arithmetische und Algebraische Geometrie (Nachfolge Pareigis) finden im Januar 2004 Vorstellungsvorträge statt.

Personalien Herr Dr. Enno Jörn wurde mit Erreichen der Altersgrenze in den Ruhestand verabschiedet. Als Nachfolger auf der Stelle des Leiters unseres Rechenzentrums wurde Herr Dr. Jens Schmalzing berufen, der zuvor in der Sektion Physik tätig war.

In umgekehrter Richtung wechselte Herr Bernhard Emmer auf die Stelle des Leiters des Diplomprüfungsamtes für Physik. Seine Nachfolgerin in der Position des Geschäftsführers des Mathematischen Instituts wurde Frau Ingrid Schehrer (zuvor Mitglied der Geschäftsleitung der Rodenstock Präzisionsoptik GmbH).

Herr Privatdozent Dr. Walter Farkas übernahm am 1. Oktober 2003 die Position des Leiters des von der Universität Zürich und der ETH Zürich gemeinsam betriebenen Programms „Master of Advanced Studies in Finance“ sowie des Leiters des „Center of Competence Finance in Zürich“.

Gedenkkolloquium Hartogs Am 28. November 2003 veranstaltete das Mathematische Institut ein Gedenkkolloquium anlässlich des 60. Todestages von Prof. Dr. Friedrich Hartogs. Zu dieser von Prof. Dr. Dr. h.c. mult. F. L. Bauer angeregten Veranstaltung konnten auch zwei Enkel von Friedrich Hartogs sowie weitere Verwandte und Nachfahren, darunter drei aus England angereiste Urenkel, begrüßt werden. Eine Zusammenfassung der Vorträge von Dr. Freddy Litten und Prof. Dr. Otto Forster findet man auf Seite 8.

Gedenkkolloquium Wienholtz Das Mathematische Institut plant für das kommende Sommersemester 2004 ein Gedenkkolloquium zu Ehren unseres am 23. April 2003 verstorbenen Kollegen Prof. Dr. Ernst Wienholtz. Termin und Programm werden bald auf der Homepage des Instituts nachzulesen sein.

Probestudium Die Zahl der Teilnehmer am Probestudium stieg auch im Jahr 2003 an – mit ca. 195 Schülerinnen und Schülern waren es sogar 50% mehr als im Vorjahr. Wir haben Herrn Emmer zu danken für die routinierte Organisation. Die Kollegen Prof. Richert, Prof. Sachs und Herr Emmer führten die Teilnehmer ein in Themenbereiche wie Anwendungen der Matrizenrechnung, lokale Extrema für Funktionen von mehreren Veränderlichen mit Anwendung auf ein klassisches Portfolio-Optimierungsproblem, Arbitrage-Probleme an der Börse oder die Berechnung optimaler Strategien in Linearer Algebra und Linearer Optimierung. Abgerundet wurde das Programm durch einen Vortrag von Herrn Bernhard Hofmann über seine Tätigkeit bei der Schweizerischen Rentenanstalt und durch eine Einladung der Pinakothek der Moderne zu einem Besuch der Sammlungen.

Tag der Fakultät Beim letztjährigen Tag der Fakultät am 11. Juli 2003 konnte die Goldene Promotion von Herrn Prof. Dr. Karlheinz Kuntze gefeiert werden. Herr Kuntze hatte noch bei Constantin Carathéodory, nach dessen Tod weiterbetreut von Robert König, promoviert über Verallgemeinerungen des Desarguesschen Satzes in der Ebene. Ab 1970 war Herr Kuntze Inhaber des Lehrstuhls für Didaktik der Mathematik an der Pädagogischen Hochschule Augsburg und später an der Universität Augsburg. Bei der Ehrung unserer Absolventen konnten erstmalig auch diejenigen vom Diplomstudiengang Statistik mit einbezogen werden.

Tag der Mathematik Nachdem im Jahr 2002 der Tag der Mathematik mit über 1300 teilnehmenden Schülerinnen und Schülern aus allen Nähten zu platzen drohte, waren die Organisatoren im vergangenen Jahr froh über den geringfügigen Rückgang auf immer noch über 1100 Teilnehmer. Erstmals konnten gleich nach dem Ende der Wettbewerbe Musterlösungen eingesehen werden. Der Riesenerfolg und die Begeisterung der vielen teilnehmenden Schülerinnen und Schüler sind genug Motivation, auch in diesem Jahr wieder einen Tag der Mathematik zu veranstalten – voraussichtlich am Samstag, dem 3. Juli.

Kooperation mit der TU München In den letzten 4 Semestern hat unser Mathematisches Institut jeweils die Korrektur von ca. 800 – 900 mathematischen Vordiplomklausuren der TU München, insbesondere von Ingenieurstudiengängen und der Informatik übernommen. Mittlerweile hat das Institut diese Hilfeleistung aufgekündigt, da durch die stark gestiegenen Anfängerzahlen in Mathematik wie auch im Servicebereich (vor allem in der Physik) die Lehrkapazitäten dringend im eigenen Hause benötigt werden.

Für die nähere Zukunft wurde ein Treffen der Leitungsgremien der Mathematischen Departments bzw. Fakultäten von TU und LMU vereinbart. Für das kommende Sommersemester ist eine gemeinsame Informationsveranstaltung für die Studierenden beider Institute geplant.

Winterschule Teilnehmer am Bundeswettbewerb Mathematik, der Internationalen Mathematik-Olympiade und anderer Schülerwettbewerbe trafen sich vom 29. Dezember bis zum 4. Januar zu einer Winterschule an unserem Institut. Einen ausführlichen Bericht mit Bildern findet man auf Seite 11.

Neu am Institut

Prof. Laszlo Erdős



Im Juli 2003 wurde mit der Neubesetzung des Lehrstuhls für Angewandte Mathematik und Numerik (Nachfolge Hämmerlin) durch Prof. Laszlo Erdős der Schwerpunkt „Analysis und ihre physikalischen Anwendungen“ bedeutend verstärkt.

Die Forschungsinteressen von Herrn Erdős liegen in der mathematischen Beschreibung quantenphysikalischer Systeme, die ein hervorragendes Zusammenspiel von Theorie und Anwendungen bieten. Diese Forschung führt zu den theoretischen Grundlagen von kinetischen und diffusiven Gleichungen, die vor allem in der Theorie von Halbleitern benutzt werden.

Geboren 1966 in Budapest, studierte Herr Erdős von 1985 bis 1990 Mathematik an der Lorand Eötvös Universität Budapest. 1994 promovierte er bei Professor Elliott Lieb an der Princeton University. Nach postdoktoralen Forschungsaufenthalten an der ETH Zürich und am Courant Institut der New York University war Herr Erdős am Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA tätig.

Seine Erfahrungen mit dem amerikanischen Hochschulsystem möchte Herr Erdős nutzen, die Vorteile beider Systeme in einem besser strukturierten Studiengang und einem stärker forschungsorientierten Institut zusammenzuführen. Sein langfristiges Ziel sieht er darin, München in Zusammenarbeit mit seinen Kollegen von LMU und TU als ein Zentrum der Mathematischen Physik zu etablieren.

In diesem Semester hält Herr Erdős die Vorlesung „Funktionalanalysis“ und bietet ein Seminar über zufällige Schrödingeroperatoren an. Er ermutigt auch jüngere Studenten, an seinem Oberseminar teilzunehmen.

Friedrich Hartogs

(1874 – 1943)

Friedrich Moritz (Fritz) Hartogs wurde am 20. Mai 1874 in Brüssel als Sohn einer deutsch-jüdischen Kaufmannsfamilie geboren. Seine Jugend verbrachte er in Frankfurt



am Main, wo er das Realgymnasium Wöhlerschule besuchte und Ostern 1892 das Reifezeugnis erhielt. Wie damals üblich, wechselte er während seines anschließenden Studiums vor

allem der Mathematik mehrmals die Hochschule. Zunächst war er für je ein Semester an den Technischen Hochschulen Hannover und Berlin, dann an den Universitäten Berlin und München. In Berlin gehörten zu seinen Lehrern u.a. G. Frobenius, L. Fuchs, H.A. Schwarz und M. Planck, in München Ferdinand Lindemann (1852 – 1939) und Alfred Pringsheim (1850 – 1941). Noch während seiner Berliner Studienzeit heiratete er im Jahre 1900 in Hamburg.

In München schließlich schrieb er bei Pringsheim seine Doktorarbeit „Beiträge zur elementaren Theorie der Potenzreihen und der eindeutigen analytischen Funktionen zweier Veränderlichen“, mit der er im Juli 1903 promoviert wurde. Bereits zwei Jahre später habilitierte er sich mit der Schrift „Zur Theorie der analytischen Funktionen mehrerer unabhängiger Veränderlichen, insbesondere über die Darstellung derselben durch Reihen, welche nach Potenzen einer Veränderlichen fortschreiten“ und wurde Privatdozent. Einer der Studenten, die Hartogs als Privatdozen-

ten erlebten, war im Studienjahr 1909/10 A. Fraenkel (1891 – 1965), der später als einer der Begründer des Zermelo-Fraenkel-schen Axiomensystems der Mengenlehre bekannt wurde. In seinen Erinnerungen beschreibt er Hartogs als eine zeitlebens scheue, ja ängstliche Natur, eine Einschätzung, die später auch von André Weil (1906 – 1998) geteilt wurde, der Hartogs 1927 besuchte. Fraenkel erwähnt außerdem, dass Hartogs der jüdischen Gemeinschaft bereits damals fern stand; 1931 erklärte er formell seinen Austritt.

Im Jahr 1910 wurde Hartogs Titel und Rang eines außerordentlichen Professors verliehen, 1913 erhielt er eine etatmäßige außerordentliche Professur. Diese Stelle war durch die Berufung von K. Doehlemann an die Technische Hochschule München freigeworden und mit der Verpflichtung verbunden, regelmäßig Vorlesungen über Darstellende Geometrie zu halten (dieses Fach spielte in der Ausbildung der Lehramtskandidaten in Mathematik eine wichtige Rolle). 1922 wurde Hartogs auf einen Lehrstuhl der Universität Frankfurt am Main als Nachfolger von A. Schoenflies (1853 – 1928) berufen, lehnte diesen Ruf jedoch überraschend ab; den Lehrstuhl erhielt dann C.L. Siegel (1896 – 1981). Die Universität Frankfurt war erst 1914 als Stiftungsuniversität gegründet worden und das Stiftungsvermögen war durch die Inflation bedroht. In einem Schreiben von Hartogs an die Münchner Fakultät, in dem er die Ablehnung des Rufes begründet, heißt es u.a. „... [da] die Professoren der Universität Frankfurt rechtlich keine Ansprüche dem Staat, sondern lediglich der Universität Frankfurt gegenüber besitzen ... schien mir unter den jetzigen innen- und außenpolitisch so unsicheren Verhältnissen, die sich täglich zu verschlechtern drohen, jene Bestimmung keineswegs unbedenklich zu sein & ich glaubte es mir als Familienvater [das Ehepaar Hartogs hatte 4 Kinder] schuldig zu sein,

über den großen Vorteilen, die mir in beruflicher Hinsicht der Ruf an die Frankfurter Universität bot, jene die materielle Sicherung der Meinen betreffende Seite der Angelegenheit nicht aus den Augen zu lassen ...“. So blieb er außerordentlicher Professor in München, erhielt aber 1927 auf Antrag seiner Kollegen Perron, Carathéodory und Tietze Titel und Rang eines ordentlichen Professors.

Nach der Machtergreifung durch die Nationalsozialisten im Jahre 1933 wurde ein „Gesetz zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums“ erlassen, nach dem ‚Nicht-Arier‘ aus dem Dienst zu entfernen waren. Zuerst konnte Hartogs aufgrund einer Ausnahmebestimmung noch an der Universität bleiben, denn er war schon 1914 Beamter gewesen. Ein Versuch einiger übereifrigen Studentenschaftler, Hartogs von der Universität zu entfernen, scheiterte kurz darauf, da sich Reichsminister Hess und der bayerische Kultusminister Schemm für den Verbleib Hartogs‘ aussprachen. 1935 allerdings, nach dem Erlass der Nürnberger Gesetze, wurde Hartogs zunächst am 22. Oktober beurlaubt und dann zum Jahresende in den Ruhestand versetzt. Anfangs hatte er noch gelegentlichen Kontakt zu den Mathematikern von der Universität und Technischen Hochschule und erhielt Besuche von einigen Kollegen; wegen der Bespitzelung durch die Mitbewohner des Hauses (das Erdgeschoss war vermietet) und den benachbarten Blockwart verstärkte sich seine Isolation aber zunehmend. 1939 wurde Hartogs auch aus der Deutschen Mathematiker-Vereinigung ausgeschlossen.

Am 10. November 1938 (nach der ‚Reichskristallnacht‘) wurde Hartogs für mehrere Wochen in das Konzentrationslager Dachau eingeliefert. Obwohl er sein in Großhesselohe gelegenes Haus schon 1933 seiner Frau (die ‚Arierin‘ war) überschrieben hatte, galt dieser Besitz als ‚jüdisch versippt‘ und war von der Beschlagnahme bedroht, was mit der

Einweisung in ein Arbeitslager und späterer Deportation verbunden gewesen wäre. Um die Beschlagnahme abzuwenden, entschloss sich Frau Hartogs 1941 auf Drängen ihres Rechtsanwalts im Einvernehmen mit ihrem Mann, eine Scheidungsklage einzureichen, wobei durch Widerspruch und Revisionsanträge ihres Mannes der Vorgang so lange wie möglich hinausgezögert werden sollte; die Scheidung wurde so erst Anfang 1943 rechtskräftig. Mit stillschweigender Duldung des Ortsgruppenleiters von Pullach durfte Hartogs zwar weiter in seinem Haus leben, konnte aber auf Dauer seine verzweifelte Lage nicht mehr ertragen und nahm sich am 18. August 1943 mit Tabletten das Leben. Schon vorher hatten andere jüdische Mathematiker, wie Paul Epstein (1870 – 1939) aus Frankfurt (bekannt durch die Epsteinsche Zetafunktion) und Felix Hausdorff (1868 – 1942) aus Bonn (einer der Begründer der mengentheoretischen Topologie) sich durch Selbstmord der Vorladung durch die Gestapo bzw. der Deportation nach Theresienstadt entzogen. Der Doktorvater von Hartogs, Pringsheim, war ein reicher Mann und konnte 1939 im Alter von 89 Jahren gerade noch rechtzeitig vor Kriegsbeginn, wenn auch unter Verlust des Großteils seines Vermögens, in die Schweiz auswandern und starb 1941 in Zürich.

Hartogs hat sich vor allem durch seine bahnbrechenden Arbeiten zur Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen einen Namen gemacht. Bereits in seiner Doktorarbeit beweist er, dass jede Funktion, die in der Umgebung des Randes des Dyzylinders $\{(z, w) \in \mathbb{C}^2 : |z| \leq 1, |w| \leq 1\}$ holomorph ist, sich holomorph ins Innere fortsetzen lässt. Dies ist das erste Beispiel eines Gebiets G im $\mathbb{C}^2$, so dass sich jede in G holomorphe Funktion in ein größeres Gebiet G_1 fortsetzen lässt, und führte zur Theorie der Holomorphiegebiete und Holomorphiehüllen. In seiner Habilitationsschrift

beweist Hartogs den Satz, dass eine Funktion mehrerer komplexer Variablen, die partiell holomorph ist (d.h. holomorph in jeder einzelnen Variablen bei festgehaltenen übrigen Variablen), bereits holomorph als Funktion aller Variablen, insbesondere stetig, ist. Dies steht im Kontrast zu dem bekannten Beispiel einer Funktion zweier reeller Variablen, die zwar partiell differenzierbar, aber nicht einmal stetig ist. Außerdem behandelt er dort Entwicklungen holomorpher Funktionen zweier Veränderlichen nach einer der Variablen

$$f(z, w) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(z)w^n.$$

Für festes z bezeichne $R(z)$ das Supremum aller $|w|$, so dass die Reihe in einer Umgebung von (z, w) gleichmäßig konvergiert. Hartogs bewies, dass die Funktion

$$u(x, y) = -\log R(z), \quad z = x + iy,$$

subharmonisch ist (ohne allerdings bereits dieses Wort zu benutzen). Dies war das erste Auftreten der subharmonischen Funktionen in der Analysis, die später, z.B. bei der Perronschen Methode zur Lösung des Dirichletschen Randwertproblems, u.a. in der Potentialtheorie eine große Rolle spielten. Durch die Hartogsschen Arbeiten wurde der Italiener Eugenio Elia Levi (1883 – 1917) zu seinen Untersuchungen über die Randeigenschaften von Holomorphiegebieten angeregt. Der Amerikaner William F. Osgood (1864 – 1943), der in Göttingen studiert hatte, schreibt 1924 im Vorwort zur 1. Lieferung des 2. Bandes seines auf deutsch verfassten Lehrbuchs der Funktionentheorie:

„Die allgemeine Theorie der Funktionen mehrerer komplexen Größen hat seit der Wende des Jahrhunderts bedeutende Fortschritte gemacht. Während bis dahin, außer den unmittelbaren Übertragungen bekannter Sätze im Falle einer unabhängigen Veränderlichen, kaum mehr als der Weierstraßsche Vorbereitungssatz und die Sätze von Cousin zu verzeichnen waren, erfuhr die Theorie

bald darauf durch die Untersuchungen von Hartogs und E.E. Levi eine wesentliche Erweiterung, ...“

Durch den Ergebnisbericht von H. Behnke und P. Thullen „Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen“, der 1934 erschien, wurden die Untersuchungen von Hartogs und Levi dem Japaner Kiyoshi Oka (1901 – 1979) bekannt. Die Arbeiten von Oka wiederum waren für Karl Stein (1913 – 2000, an der LMU seit 1955) der Anlass, nach der richtigen Verallgemeinerung der Holomorphiegebiete auf komplexen Mannigfaltigkeiten zu suchen und die später so genannten Steinschen Mannigfaltigkeiten zu definieren. Henri Cartan (*1904) vereinfachte die Beweise von Oka und stellte sie auf eine garbentheoretische Grundlage. Zusammen mit Jean-Pierre Serre (*1926) bewies er die sog. Theoreme A und B über das Verschwinden gewisser Cohomologiegruppen von kohärenten Garben auf Steinschen Mannigfaltigkeiten. Diese gehören nun zu den wichtigsten Sätzen der Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen und spielten auch für die Entwicklung der modernen Algebraischen Geometrie eine wichtige Rolle. Aber auch die ursprünglichen Sätze von Hartogs über die Fortsetzbarkeit von holomorphen Funktionen mehrerer Variablen werden heute noch in jeder Vorlesung über Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen bewiesen und finden sich in jedem einschlägigen Lehrbuch.

O. Forster, F. Litten



Der Enkel Christoph Hartogs (Mitte)
mit Prof. Schottenloher und Prof. Siedentop

Winterschule am Mathematischen Institut

Es waren die Besten, die sich trafen: Teilnehmer am Bundeswettbewerb Mathematik, der Internationalen Mathematik-Olympiade und anderer Schülerwettbewerbe nahmen zum dritten Mal an einer Winterschule teil, die diesmal vom 29. Dezember bis zum 4. Januar am Mathematischen Institut der LMU stattfand. Der Termin in den Weihnachtsferien war zwar ungewöhnlich, aber die Vorbereitung für die Mathematik-Olympiade, die direkt im Anschluss in Oberwolfach stattfand, ließ keinen anderen Raum.



Die Schule war von den Teilnehmern größtenteils selbst organisiert, und auch gut die Hälfte der Vorträge kam von den Teilnehmern, die andere Hälfte von Mitarbeitern des Instituts. Die Themen waren breit gefächert: Mehrere Vorträge behandelten logische Themen, wie den Intuitionismus oder logische Paradoxa, andere hatten algebraische Themen, wie die Pell'sche Gleichung oder



halbeinfache Liealgebren. Auch Themen aus der theoretischen Physik, wie der Entropiebegriff oder der Satz von Noether, wurden aufgegriffen. Eine Tendenz ließ sich dennoch ausmachen: Die weitaus meisten Themen kamen aus dem Bereich, den man als „reine Mathematik“ bezeichnet, einem Bereich, der vielleicht zum Einwerben von Drittmitteln weniger geeignet ist, aber dafür offenbar auf den Intellekt stärker anregend wirkt. An diesem mindestens zweitausend Jahre alten Phänomen scheint sich auch am Anfang des 21. Jahrhunderts nichts geändert zu haben.



Die Schule war sicher in vielerlei Hinsicht ein außergewöhnliches Ereignis: Sowohl was das Niveau der Vorträge als auch das der Teilnehmer angeht, wird sie wohl nicht leicht von anderen Veranstaltungen für Schüler erreicht werden. Dabei entstand sie fast aus dem Nichts: Keine Mark an Fördergeldern wurde ausgegeben, fast kein Antrag wurde gestellt, die Arbeit floss praktisch vollständig in die Inhalte. Es bleibt zu hoffen, dass wir noch mehr von solchen Veranstaltungen erleben dürfen.

Yorck Sommerhäuser



Puzzles

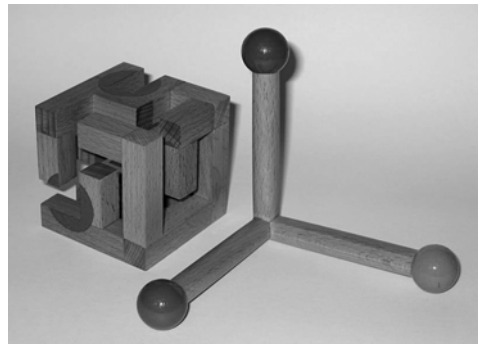
Es gibt viele Hobbys, welchen man sich widmen kann. Man kann z.B. Bierdeckel oder Briefmarken sammeln. Ich allerdings habe eine nicht alltägliche Sammelleidenschaft: ich sammle Puzzlespiele! Dabei ist hier mit Puzzles nicht etwa an den Begriff eines zweidimensionalen, aus hunderten von Einzelteilen bestehenden Bilder-Puzzles gedacht. Wohl eher ist der Ausdruck „dreidimensionale Knobel- und Denkspiele“ passend. Dabei geht es nämlich beispielsweise darum, Quader in eine Holzkiste zu packen (put together), bei einer Trickbox ein geheimes Fach zu finden (take apart/trick opening), Teile zu einem dreidimensionalen Knoten zusammenzustecken, wobei die Teile ineinandergreifen (interlocking), einen Ring aus einer Anordnung von Schnüren, Kugeln oder anderen Teilen zu befreien (disentanglement) oder Schiebispiele und Rubiks-Würfel-Variationen mittels mechanischer Drehoperationen in eine ‚Lösungsposition‘ zu bringen (sequential movement).

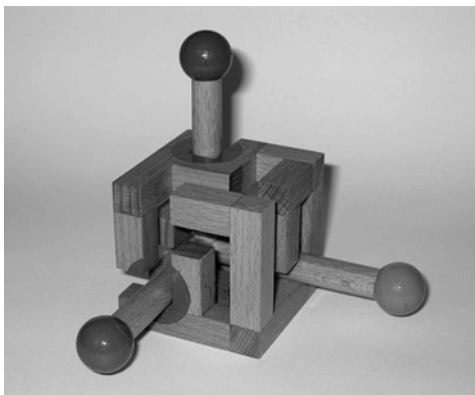
Da mich schon als Kind Puzzles und dreidimensionale Denkspiel interessiert haben, ist meine Kollektion auf mittlerweile schätzungsweise 500 Puzzles angewachsen. Wenn man nun schon so viele verschiedene Puzzles hat, wird es immer schwerer, neue Puzzles zu finden. Aus den gleichen Beweggründen war es Jerry Slocum – ebenfalls ein Puzzle-Sammler aus Los Angeles –, der im Jahr 1980 die „Internationale Puzzle Party“ ins Leben gerufen hat. Die „Internationale Puzzle Party“, kurz „IPP“, ist ein seit 1980 alljährlich stattfindendes internationales, aber privates Treffen von Personen, die sich in ihrem Hobby mit „Puzzles“ beschäftigen. Damit wurde ein Forum für gleichgesinnte Denker und Tüftler mechanischer Knobelaufgaben

begründet. Bei einem solchen Treffen haben die Puzzler die Möglichkeit, an neue Puzzles, Puzzleideen und neue Designs zu gelangen. Natürlich spielt das Kennenlernen von neuen Puzzlern sowie die Pflege von internationalen Puzzle-Freundschaften ebenfalls eine wichtige Rolle.

Und so traf sich im August 2003 die internationale Puzzle-Gemeinde in Chicago zur 23. Internationalen Puzzle Party (IPP23), an der ich teilgenommen habe. Zu den etwa 180 Puzzlesammlern waren teilweise die Familienmitglieder/Partner mit von der Partie, so dass insgesamt ca. 300 Personen an diesem Treffen teilnahmen. Zu einer der wichtigen Aktivitäten gehört der so genannte „Exchange“, also der „Austausch“ von Puzzlen. Hierbei können sich maximal 100 Personen anmelden, wobei jeder von ihnen eine absolut neue, meist selber entwickelte Puzzleidee (natürlich als gebautes Puzzle) mitbringt, und zwar in einer Stückzahl von der Anzahl der restlichen teilnehmenden Personen. Bei der IPP23 hatten sich 83 Personen angemeldet – und ich war auch dabei.

Als Neuentwicklung hatte ich mir ein dreidimensionales Labyrinth ausgedacht, so dass das gesamte Puzzle aus zwei Teilen besteht: einem Würfel, der das Labyrinth darstellt, und einem aus drei Rundstangen gebildeten Achsenkreuz.

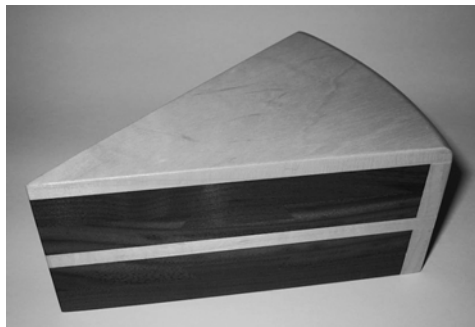




Zu Beginn sind die beiden Teile getrennt. Die Aufgabe ist es, das Achsenkreuz an eine bestimmte, durch farbige Kugeln an den Enden der Rundstangen und farbige Markierungen auf der Oberfläche des Labyrinth-Würfels vorgegebene Position zu bewegen.

Dieses Puzzle hatte ich in einer Stückzahl von 82 dabei, und somit konnte ich beim „Exchange“ mit allen anderen 82 Personen tauschen. Nach circa 4 Stunden intensiven Erklärens der Aufgabenstellung und Anhörens der anderen Erklärungen hatte ich meine anfänglich mit meinen Puzzles gefüllte Kiste mit 82 neuen Puzzles wieder gefüllt. Für Puzzlesammler, für die es meist schon fast nichts Neues mehr gibt, ist dies eine sehr gute Gelegenheit, an absolut neue Puzzles zu gelangen. Das folgende Bild zeigt ein Tausch-Puzzle:

Es ist eine kleine Kiste mit Schiebedeckel, in die die gezeigten 4 Teile hineinzupacken sind. Dabei ist der Hohlraum nicht vollständig ausgefüllt. Das Puzzle ist schwieriger als es scheint, denn für die Lösung müssen ein paar Teile „schräg“ in der Kiste liegen!

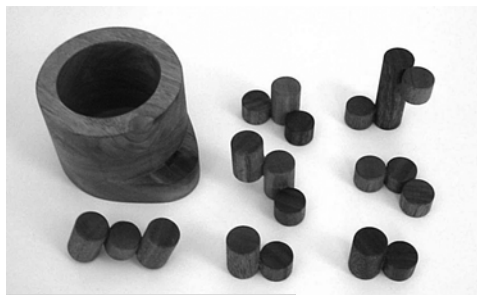


Hier sieht man ein aus wunderschönem Holz (Walnuss/Eiche) gefertigtes Kuchenstück. Die Aufgabe ist es, eine „Kirsche“ zu finden, welche sich im Innern des Kuchens befindet.



Da das Treffen in Chicago stattgefunden hat, gab es von einem Puzzler ein Tausch-Puzzle, welches die Form des Sears-Towers hat. Die Aufgabe besteht darin, das Puzzle zu zerlegen. Dabei muss ein bestimmter Mechanismus herausgefunden werden, welcher es erlaubt, die Teile sequentiell auseinander zu bauen.

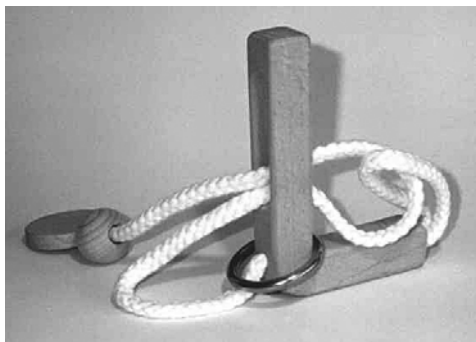




Neben meinem „Exchange-Puzzle 2003“, dem Labyrinth-Würfel, habe ich bereits schon andere Puzzles ent-

wickelt. So muss man beispielsweise beim „Brunnen-Puzzle“ sieben aus Einheitszylindern zusammengeklebte Puzzle Teile in einen zylinderförmigen kleinen Brunnen (aus Holz) hineinbauen (Kategorie: put together). Der Haken dabei ist, dass beim Zusammenbauen manche Teile gedreht oder geschoben werden müssen, so dass diese während des Hineinbauens sich ineinander ‚verhaken‘ und teilweise gegenseitig halten. Dieses Puzzle wird bereits von einer in Deutschland ansässigen Spielefirma in Thailand gebaut und weltweit vertrieben.

Bei meinem Puzzle-Design „Rope-and-Rope“ ist ein Edelstahlring, welcher in einer Anordnung aus einem L-förmigen Holzteil, Schnüren, einer Holzscheibe und einer Kugel eingebaut ist, zu befreien. Dieses Puzzle ist in seinem Schwierigkeitsgrad nicht zu unterschätzen, da sich der Ring sehr oft mit nur wenigen Bewegungen in die lange Schnur verknötet wiederfindet! Da man auf einer IPP nicht nur Puzzlesammler, sondern auch Puzzlehersteller kennenlernt, konnte ich vor ein paar Jahren eine Firma dafür gewinnen, dieses Puzzle in ihr Sortiment mit aufzunehmen.



Ein paar weitere meiner selbst entwickelten Puzzleideen sind auf meiner homepage www.markus-goetz.de unter der Rubrik „Puzzles“ zu finden.

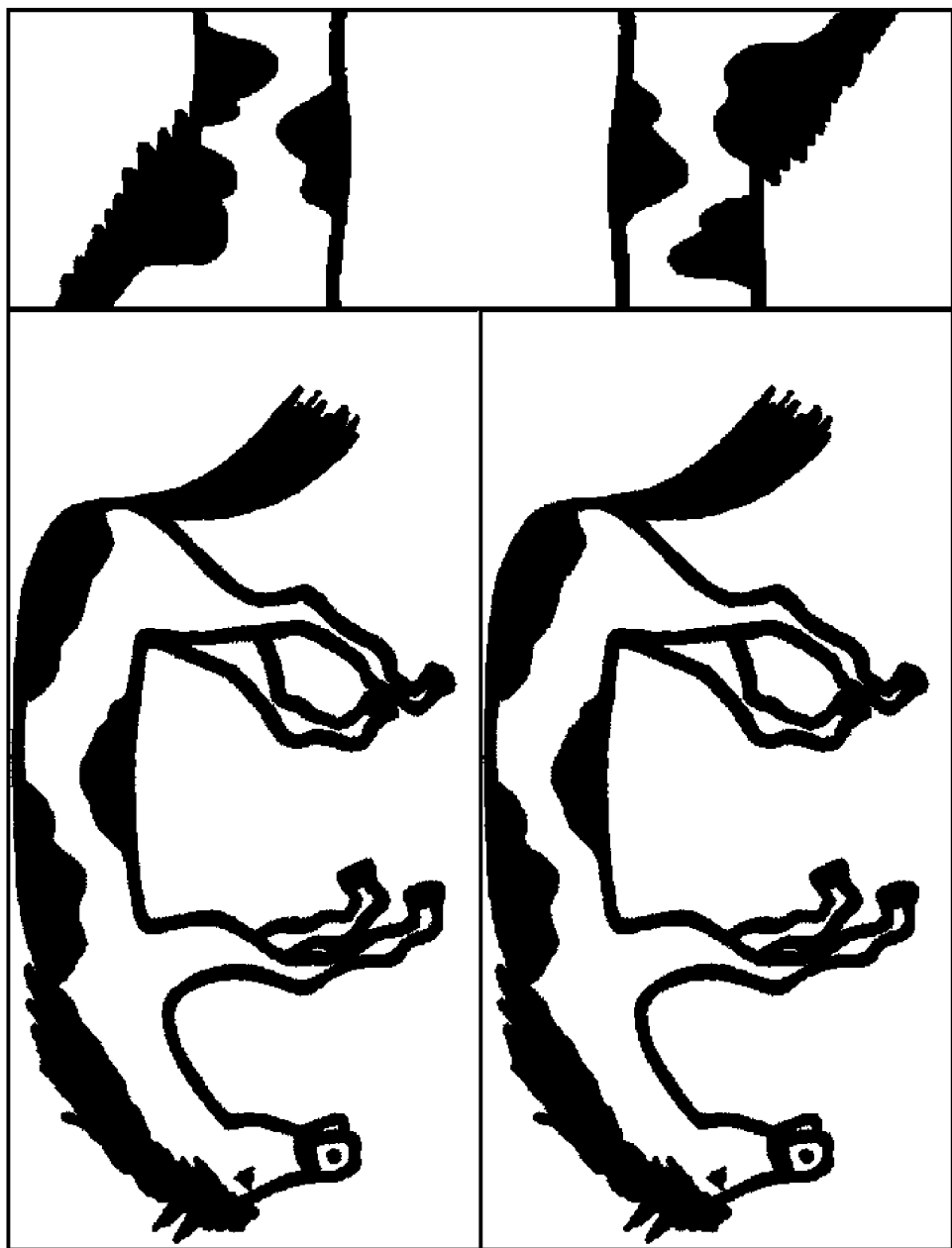
Bei einem solchen Puzzletreffen bekommt man natürlich sehr schnell Kontakt zu den unterschiedlichsten Leuten. Doch sind es zumeist Physiker, Mathematiker, Informatiker oder Ingenieure, die sich mit der Problemlösung bzw. der Entwicklung dieser kleinen mechanischen Puzzles beschäftigen. Sogar ein paar Professoren befinden sich unter den Puzzlern.

Sollte ich bei dem einen oder anderen Leser Interesse für Puzzles geweckt haben, so kann er sich gleich einmal an einem „Klassiker“ versuchen. Es ist ein schon altes Puzzle – nichtsdestotrotz eines mit Aha-Effekt. Das Bild auf der folgenden Seite zeigt drei Teile, die auszuschneiden sind: zwei lahme Pferde und ein Zwischenstück. Sie sollen die Teile so anordnen, dass beide Pferde springen!



Ich, Markus Götz, wünsche Ihnen viel Spaß beim Knobeln – vielleicht sind Sie ja auch einer, der mehr als andere um die eine oder andere Ecke denkt ...

Markus Götz



Rätselecke

Bekanntlich weisen die acht Euro-Münzen zu 1, 2, 5, 10, 20 und 50 Cent sowie 1 und 2 Euro eine einheitliche Vorderseite mit der Europakarte und von den zwölf teilnehmenden Euro-Staaten individuell gestaltete Rückseiten auf. Max möchte eine vollständige Sammlung aller 96 verschiedenen Münzen zusammentragen, hat es aber bislang nur auf acht komplette Ländersätze gebracht. Ist es möglich, diese 64 Münzen so auf die Felder eines Schachbretts zu legen, dass in jeder Zeile und in jeder Reihe von jedem Land und jedem Wert genau eine Münze liegt?

Auf einem Tisch liegt ein Stapel kreisförmiger Bierdeckel von einheitlicher Größe. Wie viele davon werden mindestens benötigt, um damit eine Kreisfläche von dreifachem Inhalt zu überdecken?

Am Donnerstag, dem 4. Juli 1776, wurde die Unabhängigkeitserklärung der Vereinigten Staaten unterzeichnet, und am Dienstag, dem 14. Juli 1789, begann mit dem Sturm auf die Bastille die Französische Revolution; die Nationalfeiertage der beiden Länder erinnern an diese historischen Ereignisse. Wo fällt dieser Feiertag häufiger auf ein Wochenende? Nach dem Gregorianischen Kalender ist jedes Jahr mit einer durch 4 teilbaren Jahreszahl ein Schaltjahr, das letzte Jahr eines Jahrhunderts jedoch nur dann, wenn die Jahreszahl auch durch 400 teilbar ist; so ist 2000 ein Schaltjahr, 1900 und 2100 dagegen nicht.

Rätselecke

Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 8 (Sommersemester 2003)

Wir bezeichnen mit a bzw. b die Anzahl der von Max gekauften Eistüten der Sorte A bzw. B. Da er für das Eis der Sorte B insgesamt um 1 Euro mehr ausgegeben hat als für das Eis der Sorte A, gilt $0,9b - 0,7a = 1 = 0,9 \cdot 5 - 0,7 \cdot 5$, also $0,9(b-5) = 0,7(a-5)$ und damit $9(b-5) = 7(a-5)$. Folglich ist $a-5 = 9k$ und $b-5 = 7k$, also $a = 9k+5$ und $b = 7k+5$, für eine ganze Zahl $k \geq 0$. Die Gesamtkosten belaufen sich demnach auf $0,7a + 0,9b = 0,7(9k+5) + 0,9(7k+5) = 12,6k + 8$; wegen $12,6k + 8 \leq 50$ ist $k \leq 3$. Max erwartet also mindestens zehn Gäste (für $k=0$) und bekommt mindestens 4,20 Euro an Wechselgeld zurück (für $k=3$).



Die beiden regelmäßigen n -Ecke werden durch je n der $2n$ gleichartigen Streichhölzer begrenzt, je zwei der Streichhölzer bilden die beiden gleichlangen Seiten der n kongruenten gleichschenkligen Dreiecke; damit ergibt sich eine wie in der Abbildung für $n=5$ dargestellte Figur. Bezeichnet α den Basiswinkel eines der gleichschenkligen Dreiecke, so ist $180^\circ - 2\alpha$ der Winkel an der Spitze sowie $180^\circ - \alpha$ ein Innenwinkel des äußeren regelmäßigen n -Ecks, also $180^\circ(n-2)/n$. Damit ergibt sich $180^\circ n - n\alpha = 180^\circ n - 360^\circ$, also $\alpha = 360^\circ/n$. Wegen $60^\circ < \alpha < 90^\circ$ folgt hieraus schon $n=5$.

Die zwölf Kugeln seien mit A, B, ..., L bezeichnet; die Kugel, die ein von den anderen elf Kugeln abweichendes Gewicht aufweist, heiße falsch. Der Wanderer wiegt zunächst A, B, C, D und E, F, G, H. In dem **ersten Fall**, dass sich die Waage im Gleichgewicht befindet, ist die falsche Kugel unter I, J, K, L, und er wiegt A, B, C und I, J, K. Ist die Waage erneut im Gleichgewicht, so ist L die falsche Kugel; ob sie leichter oder schwerer ist, lässt sich durch eine Wägung von A und L ermitteln. Ist die Waage jedoch nicht im Gleichgewicht, so ist die falsche Kugel unter I, J, K, und sie ist leichter bzw. schwerer, falls I, J, K leichter bzw. schwerer als A, B, C sind; um welche es sich nun genau handelt, lässt sich durch eine Wägung von I und J ermitteln. In dem **zweiten Fall**, dass sich die Waage nicht im Gleichgewicht befindet, ist die falsche Kugel unter A, B, ..., H; wir können (eventuell nach Änderung der Bezeichnung A E, B F, C G und D H) annehmen, dass A, B, C, D leichter als E, F, G, H sind. Der Wanderer wiegt nun A, B, E und C, D, F. Ist die Waage diesmal im Gleichgewicht, so ist G oder H die falsche Kugel; da diese schwerer ist, lässt sie sich durch eine Wägung von G und H ermitteln. Ist dagegen die Waage wiederum nicht im Gleichgewicht, so können wir (eventuell nach erneuter Änderung der Bezeichnung A C, B D und E F) annehmen, dass A, B, E leichter als C, D, F sind; damit muss sich aber die falsche Kugel unter A, B, F befinden. Bleibt bei der Wägung von A und B die Waage im Gleichgewicht, so ist F die falsche Kugel und schwerer, ansonsten ist die leichtere von A und B die falsche Kugel. Der Wanderer muss sich also nicht auf sein Glück verlassen.

Giesecke & Devrient

Karrieren

Geboren wurde ich 1956 in Frankfurt am Main. Ich habe schon früh ein Interesse an Mathematik entwickelt. Rückblickend würde ich sagen, dass vor Beginn meines Studiums meine Hauptinteressen auf dem Gebiet der Naturwissenschaften lagen, und speziell in der Mathematik interessierten mich besonders regelmäßige geometrische Formen aller Art, so die Funktionsweise und Programmierung von Computern. Dabei waren Computer außerhalb der Uni damals noch sehr teure und exotische Gebilde. Auch als ich mein Studium 1974 an der Uni in Frankfurt begann, wurde dort noch mit Lochkarten gearbeitet.

Als Hauptfach wählte ich Mathematik und als Nebenfach Physik. Bis zum Diplom spezialisierte ich mich auf theoretische Informatik und Komplexitätstheorie. Nach dem Diplom beschäftigte ich mich erstmals mit Kryptographie und speziell mit Public Key Algorithmen und Zahlentheorie. Meine Doktorarbeit schrieb ich über Faktorisierungsalgorithmen, die damals wegen des 1978 veröffentlichten RSA-Algorithmus auf breiteres Interesse gestoßen sind.

Nach der Promotion 1984 begann ich eine erste Berufstätigkeit bei der Firma Siemens. Hierbei war meine Aufgabe die Implementierung von Kryptoalgorithmen in Assembler auf verschiedenen Plattformen. Hierbei war ich der einzige Mathematiker in einer Arbeitsgruppe von Ingenieuren.

Dabei habe ich zunächst nicht so besonders gerne den Universitätsbetrieb verlassen, weil mir die Forschungstätigkeit doch sehr gut gefallen hat. Die Entscheidung, überhaupt in der Industrie anzufangen, kam hauptsächlich

durch die damals schlechten Berufschancen im Uni-Betrieb zustande. Außerdem war ich damals mit 28 Jahren sicher noch nicht zu alt für einen Einstieg in die Arbeitswelt in der Industrie; ein Zustand, der sich leider von Jahr zu Jahr deutlich verschlechtert, so dass ich keinen Grund sah, mit dem „Absprung“ länger zu warten.

Nach 6 Jahren Tätigkeit bei Siemens wechselte ich zu der Firma Giesecke & Devrient. Hier war meine erste Aufgabe die Implementierung von Kryptoalgorithmen auf Zahlungsverkehrsterminals. Über diese Tätigkeit kam ich dazu, die Fernwartung dieser Terminals aufzubauen, wobei das Schwergewicht auf der sicheren Verteilung von Software und geheimen Schlüsseln über Fernleitungen lag. Hierbei kamen mir sowohl meine Kenntnisse über Zahlentheorie und Kryptographie als auch meine bei Siemens erworbenen Kenntnisse in der Assemblerprogrammierung zugute. Heute arbeite ich auf dem Gebiet der Chipkartenentwicklung. Meine Haupttätigkeiten sind dabei die Entwicklung von Public Key Algorithmen basierend auf elliptischen Kurven und die Absicherung dieser Algorithmen gegen Hardware-Attacken. Ehrlicherweise muss ich sagen, dass ich nach der Promotion gerade mal von der Existenz von elliptischen Kurven wusste. Ihre Bedeutung für die Kryptographie wurde 1985 entdeckt, und ich habe mich erst ab dem Jahr 2000 in dieses Gebiet eingearbeitet.

Privat habe ich noch einige Arbeiten über Gitterreduktion veröffentlicht. Hierbei handelt es sich um ein rechnerisches Verfahren, welches ursprünglich auf geometrischen Ideen beruht und Anwendungen speziell bei der Kryptoanalyse von Public Key Verfahren hat. Daneben interessiere ich mich noch für die Theorie der Lie-Algebren und der endlichen einfachen Gruppen.

Martin Seysen

Karrieren

Ich bin seit fünf Jahren bei Giesecke & Devrient beschäftigt. In der Öffentlichkeit ist G&D vor allem dadurch bekannt, dass dort ein großer Teil unseres Geldes gedruckt wird. Aber, um allen Ersuchen vorzubeugen, ich habe mit dieser Abteilung nichts zu tun. Die Division, bei der ich seit meinem Anfang bei G&D bin, produziert die SmartCards, die in Handys eingesetzt werden. Unsere Kunden sind also Mobilfunkbetreiber.

Ich habe Mathematik an der LMU in München studiert, machte 1991 mein Diplom, war 1992 für ein $\frac{3}{4}$ -Jahr in Kanada und USA und promovierte 1996 bei Frau Prieß über ultrametrische Räume. Obwohl ich am liebsten weiterhin auch beruflich reine Mathematik betrieben hätte, kam ich allmählich zu der Überzeugung, dass ich mich aufgrund der Situation an den Unis doch nach etwas anderem umsehen sollte. Durch einige Zufälle kam ich dann 1998 als Projektmanager zu G&D. Der Bezug zur Mathematik ergibt sich dadurch, dass SmartCards oft auch etwas mit Kryptologie zu tun haben.

Meine Abteilung kann als „technischer Vertrieb“ bezeichnet werden. Sie ist also nicht mit der eigentlichen Entwicklung (Programmierung) von z.B. SmartCards befasst, sondern bildet die direkte technische Schnittstelle zum Kunden. Meine Kollegen und ich sind dafür zuständig, die Kunden zu beraten und für die interne Umsetzung ihrer Anforderungen zu sorgen. Also z.B., falls erforderlich, Neu-Entwicklungen in unserer Software-Abteilung einzulasten, auf deren fristgerechte und korrekte Umsetzung zu achten und danach das Produkt in die Produktion einzuführen.

Es gibt Abteilungen bei G&D, die wesentlich mehr mit Mathematik zu tun haben, insbesondere unsere Kryptologie-Abteilung. Aber auch bei uns gibt es immer wieder mathema-

tisch orientierte Aufgaben, z.B. Beratung von Kunden in Richtung Kryptologie, Lösen von Problemen beim Zusammenspiel verschiedener Komponenten (z.B. Authentisierung von GSM- oder UMTS-SmartCards im Mobilfunk-Netz oder bei Public Key Systemen, wenn zusätzliche Anwendungen auf der Karte sind, z.B. für Mobile Commerce). Neben diesen inhaltlichen Aspekten qualifiziert vor allem die in einem Mathematik-Studium erworbene Denkweise für eine derartige Aufgabe. Es tauchen immer wieder Problemfälle auf, die ein Mathematiker sicher nicht besser, aber eben doch unter einem analytischeren Blickwinkel betrachtet.

Gerade in Verbindung mit der Neu-Einführung eines Produktes, z.B. SmartCards für die neue Mobilfunk-Generation UMTS, ist es eine wichtige Aufgabe unserer Abteilung, die daran beteiligten Bereiche zu koordinieren, also z.B. darauf zu achten, dass bei der Entwicklung der Karte nicht nur berücksichtigt wird, dass diese einwandfrei in Handys funktionieren wird, sondern auch, dass diese dann, möglichst kostengünstig, in Masse produziert werden kann. Wichtig für diesen Beruf sind somit Kommunikationsfähigkeit (also auch die Denkweisen anderer zu verstehen), komplexe Systeme zu erfassen und zu analysieren, die Bereitschaft, sich immer wieder mit Problemfällen verschiedenster Art auseinander zu setzen, aber auch die Bereitschaft, sich sehr tief in technische, aus mathematischer Sicht manchmal unpräzise Spezifikationen einzuarbeiten. Auch wenn ich mit eigentlicher Software-Entwicklung selber nichts zu tun habe, so ist doch ein grundsätzliches Verständnis damit zusammenhängender Prozesse natürlich notwendig.

Gerade die Vielfalt schätze ich sehr an meinem Beruf. Rückblickend war es sicher die für mich richtige Entscheidung, die Uni zu verlassen, auch wenn ich dadurch leider nichts oder kaum mehr etwas mit „wirklicher“ Mathematik zu tun habe.

Ulrich Heckmanns

Ein Erfahrungsbericht

Während meiner Studienzeit am Mathematischen Institut der LMU München (November 1997 bis Juli 2003) erging es mir anfangs nicht anders als vielen meiner Studienkollegen. In den ersten vier Semestern wurde ich durch die plötzliche Notwendigkeit selbstständiger Arbeit für die wöchentlichen Übungsblätter und die abschließenden Klausuren erst einmal gründlich überrascht. In den meiner damaligen Meinung nach viel zu kurzen Ruhephasen während der Semesterferien lag mir daher nichts ferner, als mir meine „knappe Freizeit“ durch ein schlecht bezahltes Praktikum zu verderben.

Nachdem ich das Vordiplom absolviert hatte, stellte ich deshalb mit Bestürzung fest, dass ich nach vier Semestern des Mathematikstudiums nur eine mangelhafte Vorstellung davon hatte, was ich später einmal mit dem Diplom anfangen könnte. Ich wusste eigentlich nur, dass viele Mathematiker bei Versicherungen arbeiten, aber was sie dort genau machten, war mir nicht klar.

Im fünften Semester ergab es sich durch einen glücklichen Umstand, dass mir der Dozent der Vorlesung „Personenversicherungsmathematik“ (Herr Prof. Dr. Neuburger) bei einem Gespräch ein sechswöchiges Praktikum in seiner Firma, dem Institut für Wirtschaftsmathematik und betriebliche Altersversorgung GmbH, anbot. Inhalt des Praktikums sollte die objektorientierte Strukturierung versicherungsmathematischer Barwerte der Pensionsversicherungsmathematik und deren Implementierung in C++ sein. Als ich anmerkte, dass ich weder die Mathematik dafür ausreichend beherrschen würde noch objektorientiert programmieren könnte, erwiderte Herr Prof. Dr. Neuburger zu meiner Überraschung, dass es Teil meines Praktikums sein würde, dies zu lernen.

Meinen Vorkenntnissen entsprechend bestanden die ersten zwei Wochen des

Praktikums darin, dass ich mir anhand eines Lehrbuches die Grundtechniken von C++ aneignete. Danach begann ich mit der Umsetzung des Projektes, das mir einen umfassenden Einblick in die Mathematik der betrieblichen Altersversorgung verschaffte. Als klar wurde, dass ich die Aufgabe während der veranschlagten Praktikumszeit nicht beenden konnte, bot mir die Firma einen Platz als Werkstudent an.

In den folgenden Jahren als Werkstudent konnte ich mein Programmierprojekt beenden, lernte aber auch das Alltagsgeschäft der Firma – die Erstellung versicherungsmathematischer Gutachten im Bereich der betrieblichen Altersversorgung – kennen und schätzen. Als mir Herr Prof. Dr. Neuburger kurz vor der Beendigung meines Studiums eine Stelle als Diplommathematiker in seiner Firma anbot, sagte ich kurzerhand zu.

Die Tatsache, dass die Firma mir eine Stelle anbot, obwohl – zumindest mir – noch nicht klar war, wie gut ich mein Studium absolvieren würde, unterstreicht, dass ein guter Abschluss nicht das alleinige Einstellungskriterium ist. Vielmehr dürfte ausschlaggebend gewesen sein, dass sich die Firma während meiner studienbegleitenden Tätigkeiten ein gutes Bild von meiner Arbeitsweise machen konnte und dass aufgrund meiner firmenspezifischen Vorkenntnisse weniger Zeit für meine Einarbeitung aufgewendet werden muss.

Aber auch unabhängig von meiner jetzigen Tätigkeit war mir das Praktikum von großem Nutzen. Zum einen bekam ich trotz meiner geringen Vorkenntnisse die Möglichkeit, mir mein Studium mit einer fachspezifischen Tätigkeit als Werkstudent zu finanzieren. Zum anderen lernte ich ein konkretes Betätigungsfeld eines Diplommathematikers kennen und konnte mir deshalb schon vor meiner Berufswahl überlegen, ob diese Betätigung mir auch Freude machen würde.

Korbinian Meindl

Quo vadis?

Früher oder später muss man sich mit der Frage beschäftigen, wohin der Weg nach dem Mathematik-Diplom führen soll. Soll eine Promotion angestrebt werden, geht man dazu etwa erst mal ins Ausland, oder versucht man sein Glück in der freien Wirtschaft?

Fragen über Fragen, doch woher die Antworten nehmen?

Ratschläge, wie „mach erst mal das Studium, alles andere kommt hinterher...“, „am besten Du legst mehrere Personalakten während Deines Studiums an“, „studier erst mal, arbeiten kannst Du noch lange genug...“, sind an sich so widersprüchlich und haben doch alle eine relevante Basis. Nicht ohne Grund ist bei vielen technischen Studiengängen ein Praktikum vorgeschrieben.

Da dies im Studiengang Mathematik nicht der Fall ist, versuchte ich freiwillig, nach meinem Vordiplom Erfahrungen in der Wirtschaft zu sammeln. Begleitet mit dem Interesse am modernen Gebiet „Kryptographie“ versuchte ich, Kontakte zu den Unternehmen zu knüpfen, die sich an dieses verantwortungsvolle Thema heranwagen. Dank einer passenden Liste des bereits gehörten Stoffs und des notwendigen Quäntchens Glück durfte ich bei der Siemens AG zwei Monate lang als Werkstudent in einer Abteilung arbeiten, die sich mit symmetrischer und asymmetrischer Kryptographie beschäftigt. Die Einstufung als Werkstudent und nicht als Praktikant kam mir trotz einer längeren und geregelten Arbeitszeit sehr gelegen, da die Bezahlung deutlich besser war.

Die Herausforderung der Aufgabe „Programmierung effizienter Arithmetik in endlichen Körpern der Charakteristik 2“ lag mehr in der effizienten Implementierung als im mathematischen Teil, schließlich gibt es zu diesem Thema sehr viele Publikationen. Tricks und Kniffe für eine schnelle Realisierung werden

hingegen so gut wie nie veröffentlicht, so dass nur Ideenreichtum und Erfahrung den Erfolg bringen. Es war meinen Betreuern klar, dass ich mit meinen Kenntnissen aus dem Nebenfach Informatik nicht in zwei Monaten die Kompetenzen einer ganzen Arbeitsgruppe kompensieren kann, so dass ich mich über mangelnde Unterstützung nicht beklagen konnte. Zahlreiche Tipps verschiedener Kollegen sollten zu einem brauchbaren Ergebnis führen, das ich gegen Ende meiner Tätigkeit in einem kleinen Vortrag der Arbeitsgruppe vorstellen durfte.

Als schönen Nebeneffekt vereinbarte man, in Kontakt zu bleiben und eine Kooperation zwischen der Siemens AG und dem Mathematischen Institut der LMU München zum Zweck einer Diplomarbeit im Hinterkopf zu behalten, die sich tatsächlich etwa ein Jahr später realisierte. Betreut von Prof. Forster bearbeitete ich das Thema „Gewinnung kryptographisch starker elliptischer Kurven über endlichen Körpern der Charakteristik 2 mit Hilfe eines modifizierten Satoh-Algorithmus“, das sowohl die theoretische Durchleuchtung als auch eine effiziente geheim zu haltende Implementierung umfasste. Etwa fünf Gruppen arbeiteten weltweit an dem damals aktuellen Thema. Nicht nur Siemens sondern auch ich selbst setzte mich unter Druck, die Performance der anderen Gruppen zu erreichen, schließlich wollte ich einerseits eine gute Benotung meiner Arbeit und andererseits ein entsprechend gutes Zeugnis von Siemens, das später bei der Jobsuche als gutes Argument dienen sollte. Ich versuchte Kontakte zu anderen Arbeitsgruppen aufzubauen, um stets die aktuellsten Ergebnisse zu kennen. Eine Gruppe aus Dänemark und Japan war so kooperativ, dass sie sogar subtilere Fragen zur Implementierung beantworteten. Ein entsprechendes Ergebnis rundete eine sehr angenehme Zeit mit vielen sozialen Highlights ab, welche ich auf gar keinen Fall missen wollte.

Der Wurzel-Verein zur Förderung der Mathematik an Schulen und Universitäten e.V.

Bereits seit 1967 stellt sich die Wurzel in Jena (Thüringen) die Aufgabe, interessierte junge Menschen auf mathematisch-naturwissenschaftlichem Gebiet zu fördern. Damals haben sich Studenten und junge Mathematiker an der Friedrich-Schiller-Universität Jena zusammengefunden, um eine mathematische Zeitschrift für Schüler herauszugeben und Mathematik-Freizeiten zu organisieren. Seit 1990 ist die Wurzel ein gemeinnütziger Verein, dessen verschiedene Aktivitäten fast gänzlich in ehrenamtlicher Arbeit durchgeführt werden.



Die „Wurzel“-Redaktion

Die Ideen des Vereins werden zurzeit durch drei Projekte verwirklicht. Zum einen gibt der Verein die Zeitschrift „Die Wurzel“ heraus, eine mathematische Zeitschrift, die monatlich erscheint und sich an Studenten, Schüler, Lehrer und Mathematiker oder – kurz gesagt – an all diejenigen richtet, die an schöner und unterhaltsamer Mathematik interessiert sind.

In der Wurzel erscheinen erfreulich viele Artikel, deren Verfasser selbst Leser der Zeitschrift sind. Das Themenspektrum ist im

Prinzip nicht begrenzt, und der Anspruch reicht von eher einfachen oder lustigen bis zu tiefgründigeren und mehrteiligen Beiträgen. Ein inhaltliches Ziel ist es oft, interessanten Ansätzen und Ideen möglichst elegant und mit einfachen Mitteln nachzugehen. Es geht dabei, keine Frage, auch um das Schöne und Ästhetische in der Mathematik. Stellvertretend seien die Titel einiger Artikel der letzten Wurzel-Hefte genannt: „Der Steinersche Satz“, „Ellipsenzirkel und quadratische Löcher“, „Symmetrische Polynome“, „Mathematik vor mehr als 1000 Jahren – Gerbert von Aurillac“, „Das Tetraeder“, „Palindrome“, „Benfords Gesetz“, „Zerlegungsäquivalenzen in Ebene und Raum“.

Einige Veröffentlichungen entstehen aus Schülerarbeiten für den Wettbewerb „Jugend forscht“. Generell freut sich die Redaktion über jede Mitarbeit und jede Idee, auch ohne dass ein druckfertiger Artikel da sein muss.

Daneben werden in jeder Ausgabe sechs Aufgaben mit sehr unterschiedlicher Schwierigkeit veröffentlicht, die man bearbeiten und deren Lösungen man an die Redaktion senden kann.

Außerdem enthält die Wurzel oft Rezensionen von Fachliteratur, mathematische Rätsel, Informationen über mathematische Wettbewerbe und einiges mehr. Und das alles gibt's für nur 1,- Euro pro Heft.

Wer neugierig geworden ist, kann sich unter <http://www.wurzel.org>

auf der Homepage der Wurzel umschaun: neben zahlreichen Informationen findet man hier auch ein kostenloses Probeheft im PDF-Format.

Besonders für Schüler interessant sind dort die Informationen über die beiden anderen Projekte des Vereins: die zweimal jährlich stattfindende „Schülerakademie Mathematik“ und „Schüler an der Uni“.

Zweimal im Jahr veranstaltet der Verein in den Schulferien die Tagungen der Schülerakademie Mathematik, an denen jeweils 30 bis 40 Schüler der Klassenstufen 8 bis 12 teilnehmen. Interessierten Schülern wird dabei die Gelegenheit gegeben, sich in ihrer Freizeit mit Mathematik zu befassen und Gleichgesinnte kennen zu lernen.

Die SAM-Tagungen werden in Schullandheimen durchgeführt. Unter Anleitung der Betreuer befassen sich die Schüler in unterrichtsähnlicher Form mit ausgesuchten Themen. Dabei wird nicht an eine Ergänzung des Schulstoffes gedacht, vielmehr sollen die Schüler einen Eindruck von der Mathematik als einer lebendigen Wissenschaft erhalten und dazu angeregt werden, sich auch selbstständig mit mathematischen Problemen zu beschäftigen.

Außerdem werden auf jeder Tagung ein oder zwei Gastvorträge von Studenten, Mitarbeitern der Universität oder Vertretern der Wirtschaft angeboten. Der Nachmittag steht hingegen Freizeitaktivitäten zur Verfügung. Am Ende der Sommertagung wird eine Lager-

olympiade durchgeführt. Die Mathe-Freizeiten erfreuen sich konstant großer Beliebtheit. Erfreulicherweise sind die Preise für eine Teilnahme niedrig, was der finanziellen Hilfe von verschiedenen Förderern, aber auch der Verwendung von Geldern aus dem Verkauf der „Wurzel“ zu verdanken ist.

Das jüngste Vereinsprojekt heißt „Schüler an der Universität“. In Zusammenarbeit mit der Fakultät für Mathematik und Informatik hat der Verein Themen aus der Mathematik und der Informatik ausgeschrieben, die die Schüler im Rahmen ihrer Seminarfacharbeit über einen längeren Zeitraum bearbeiten. Die Ergebnisse werden bei SAM-Tagungen vorgestellt und in der „Wurzel“ veröffentlicht.

Die gesamte Vereinsarbeit wird hauptsächlich von Studenten der Friedrich-Schiller-Universität Jena in ehrenamtlicher Arbeit bewältigt. Momentan gibt es eine fest angestellte Mitarbeiterin.

Leider sieht sich der Wurzel-Verein immer wieder mit massiven Problemen konfrontiert; besonders die finanzielle Lage ist nicht gesichert. Obwohl man sagen kann, dass Bildung und Schülerförderung in Deutschland aktuelle und diskutierte Themen sind, erweist es sich leider generell als extrem schwierig, finanzielle Unterstützung für den Verein zu gewinnen.

Michael Heerdegen, Jena



Aus der Lagerchronik der letztjährigen Schülerakademie Mathematik: ... Im Vortrag berichtete Professor Zumbusch unter anderem darüber, was er macht: mathematische Modelle aufstellen, um chemische und physikalisch-astronomische Vorgänge zu beschreiben. ... Ein paar sehr interessante Anwendungen folgten, nämlich die Wellen aus dem Film „Titanic“ und das Fallen eines Tuchs, was alles auf dem Computer simuliert und auf dem Bildschirm in Echtzeit dargestellt wurde. ... Am Abend freuten sich vor allem die Mädchen über den Tanzabend, ...

Noch'n Förderverein

Am Mathematischen Institut der LMU gibt es einen weiteren Förderverein, der in mancher Hinsicht Pate für den ‚Förderverein Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der LMU München e.V.‘ gestanden hat. Es handelt sich um den 1984 gegründeten ‚Förderverein Mathematische Bibliothek an der LMU München e.V.‘. Anlass für die Gründung war auch seinerzeit schon die Not, die durch verschiedene Sparmaßnahmen besonders die Bibliotheken getroffen hat: Die Preise für Fachliteratur stiegen und steigen wesentlich stärker als die Inflationsrate, und der Etat für Fachliteratur wurde gleichzeitig zurückgefahren. In welcher Klemme dadurch eine Fachbibliothek wie die des Mathematischen Instituts steckte und weiterhin steckt, wird deutlich, wenn noch berücksichtigt wird, dass das relevante Gesamtangebot an Monographien und Fachzeitschriften ständig steigt angesichts der Fortschritte in Mathematik mit allen ihren Anwendungen. Weitere Einschränkungen: Zum einen hat die Universitätsbibliothek den Kauf von mathematischen Lehrbüchern inzwischen total eingestellt und zum anderen führt die Bayerische Staatsbibliothek die wichtigen mathematischen Zeitschriften nicht mehr.

Angesichts dieser dramatischen Lage stellt sich mit Recht die Frage, ob es denn Sinn gibt, mit einem Verein mittels Spenden dagegenzusteuern. Diese Frage wurde vor nun zwanzig Jahren kontrovers diskutiert. Viele waren der Meinung, der Staat habe für die Qualität und Aktualität der Bibliothek zu sorgen, und mit der Gründung eines solchen Vereins würde man den Staat in dieser Sache teilweise aus seiner Verantwortung entlassen. Andere gründeten den genannten Verein, der noch im Jahre 1984 ins Vereinsregister als gemeinnütziger Verein eingetragen wurde.

Zurzeit hat der Verein 33 Mitglieder, die meisten sind am Mathematischen Institut tätig. Das Spendenaufkommen wird von diesen Mitgliedern und gelegentlich auch von anderen Förderern aus dem Hochschulbereich erbracht. In den ersten zehn Jahren gab es zudem kleinere Spenden aus der Versicherungswirtschaft in der Größenordnung von etwa 1000 DM pro Jahr, einmal sogar 5000 DM.

Es konnten auf diese Weise seitens des Vereins bisher knapp 62.000 DM für den Ankauf von Monographien, Lehrbüchern und Fachzeitschriften bereitgestellt werden: Damit wurden mehr als 450 besonders ausgewählte Monographien und Lehrbücher erstanden und insgesamt 56 Jahrgänge von Fachzeitschriften wie ‚Kyoto J. Mathematics‘, ‚manuscripta mathematica‘, ‚Annals of Mathematics‘ und andere finanziert.

Damit kann sich der Verein sehen lassen. Als Aufgabe bleibt in Zukunft bestehen, besonders gravierende Lücken im Bestand der Bibliothek zu schließen. Als zusätzlicher Effekt wird sehr geschätzt, dass der Verein es ermöglicht, besonders schnell und unbürokratisch dringende Anschaffungen durchzuführen oder auch ausgefallene Sonderausgaben oder Sammelwerke zu erwerben.

Natürlich ist es wünschenswert, Versicherungen und Unternehmen, die an gut ausgebildeten Mathematikern interessiert sind, zu Spenden zu animieren. Erfahrungsgemäß ist der Aufwand dafür allerdings sehr groß. Gerne möchte der Verein auch seine Mitgliederbasis erhöhen (*). Spenden darf man allerdings auch, ohne Mitglied zu sein: Einfach überweisen (**) oder die Spende Frau Drolon (Zi. 435) überreichen.

Martin Schottenloher

(*) Bitte wenden Sie sich an
Martin Schottenloher, Theresienstr. 39, 80333 München;
schotten@mathematik.uni-muenchen.de

(**) Kto 375 135 804, BLZ 700 100 80, Postbank München; Spendenquittung wird gerne ausgestellt.

Modell und Wirklichkeit - Wie passen sie zusammen?

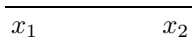
Georg Hoever

Bei der Entwicklung einer komplexen Anlage, beispielsweise eines Kraftwerks, spielt die Simulation eine wichtige Rolle. Charakteristische Bestandteile werden im Computer nachgebildet, z.B. Wärmetauscher oder Turbinen, so dass man verschiedene Realisierungsmöglichkeiten durchspielen und die beste Version auswählen kann.

Aber auch während des laufenden Betriebs können Simulationsmodelle weiterbenutzt werden. Das Modell muss dann an die konkrete Anlagenbenutzung (beispielsweise ein Kraftwerk in Volllast oder nur bei halber Last) angepasst werden. Dazu dienen Messungen auf der Anlage. Oft hat man mehr Messdaten als nötig, um Messungenauigkeiten auszugleichen.

Beispiel 1:

Die folgende Abbildung zeigt ein Rohr, bei dem am Ein- und Ausgang der Massenfluss gemessen wird:



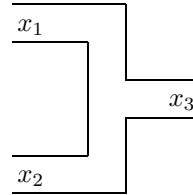
Auf Grund von Messfehlern ergeben Messungen beispielsweise $x_1 = 20 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $x_2 = 22 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. Hier würde man dann auf einen tatsächlichen wahrscheinlichen Massenfluss von ca. $\bar{x} = 21 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ schließen.

Sind die Messungen mit Streuungsintervallen ausgestattet, z.B. $x_1 = 20 \pm 2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $x_2 = 22 \pm 2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$, so kann man auch für $\bar{x}$ ein Vertrauensintervall angeben, das (wegen der Mittelwertbildung) kleiner ist, als

die beiden ursprünglichen Vertrauensintervalle.

Beispiel 2:

Die folgende Abbildung zeigt ein verzweigtes Rohrsystem:



Die Größen x_1 , x_2 und x_3 stellen die Massenflüsse einer inkompressiblen Flüssigkeit im Rohr dar. Allein durch das Modell bedingt, muss $x_1 + x_2 = x_3$ gelten. Misst man noch zusätzlich an allen Rohrein- bzw. -ausgängen den Massenfluss, so hat man drei Messungen und die Modellgleichung, also vier Bestimmungsgleichungen für die drei Parameter.

Im Folgenden soll beschrieben werden, wie man allgemein mit einer solchen Überbestimmung umgehen kann, um die Modellparameter optimal an die Messungen anzupassen.

Das Prinzip

In dem Modell gibt es freie Parameter, die angepasst werden müssen. Diese kann man zusammenfassen zu einem Vektor $x \in \mathbb{R}^n$.

Durch das Modell selbst ergeben sich Bedingungen an die Systemparameter x . Dies können einerseits physikalische Grundgesetze sein, beispielsweise dass der Massenfluss einer inkompressiblen Flüssigkeit am Anfang und am Ende eines Rohres gleich ist, oder dass die Energieerhaltung bei Wärmetauschern erfüllt sein muss (wobei man auch den Wärmeverlust nach au-

ßen mitberücksichtigen sollte). Andererseits kann man weitere Bedingungen hinzunehmen, beispielsweise wenn man genau berechnen kann, wie groß der Wärmeübergang in einem Wärmetauscher ist. Auf diese Weise erhält man Gleichungen, die die Modellparameter erfüllen sollen, damit sie die Wirklichkeit konsistent wiedergeben. Die Gleichungen kann man zusammenfassen zu $g(x) = 0$ mit einer Funktion $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_1}$, wobei n_1 die Anzahl der Gleichungen angibt. Im Regelfall ist $n_1 < n$ und x durch die Bedingung $g(x) = 0$ noch nicht eindeutig bestimmt. Dies spiegelt wider, dass man eine Anlage unterschiedlich betreiben kann (Volllast/Halblast...); beim Modell müssen also noch Freiheiten existieren, die die entsprechende Betriebsweise beschreiben.

Um die konkrete Betriebsweise der Anlage zu erfassen und im Modell nachzubilden, gibt es zahlreiche Sensoren, die den Zustand gewisser Größen messen. Eine gemessene Größe kann man dabei als Funktion der Zustandsparameter darstellen. Oft ist es direkt ein Zustandsparameter, der gemessen wird, z.B. ein Massenfluss; manchmal ergibt sich der gemessene Wert aber als nichttriviale Funktion der Parameter. Bei thermodynamischen Prozessen lassen sich beispielsweise Druck und Temperatur gut messen, während man günstigerweise den Druck und die Enthalpie als Zustandsparameter betrachtet, da die Enthalpie wie die Energie eine Erhaltungsgröße ist. Mit Hilfe der so genannten Wasser-Dampf-Tafel kann man aus zwei Werten des Tripels (Druck, Temperatur, Enthalpie) jeweils den dritten errechnen, also z.B. die Temperatur als Funktion von Druck und Enthalpie. Allgemein kann man diesen Sachverhalt dadurch beschreiben, dass man die Beobachtungsgrößen darstellt als $b(x)$ mit einer Funktion $b : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_2}$. n_2 gibt die

Anzahl der Messstellen an.

Zu einem Vektor $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{n_2}$, der die tatsächlich gemessenen Werte zusammenfasst, ist nun ein Parameter $x \in \mathbb{R}^n$ mit

$$b(x) = \mathbf{b} \quad (1)$$

gesucht. Ferner soll x natürlich die Modellgleichungen

$$g(x) = 0 \quad (2)$$

erfüllen. Da üblicherweise $n_1 + n_2 > n$ ist, bilden (1) und (2) zusammen ein überbestimmtes System für die Parameter x , so dass es im Allgemeinen keine Lösung x für (1) und (2) gibt. Da Messungen aber meist fehlerbehaftet sind, ist es sinnvoll, bei (1) nicht eine exakte Gleichheit sondern nur ein „ungefähr gleich“ zu fordern.

Ziel ist also die Suche eines Parametersatzes x , der (2) exakt und (1) möglichst gut erfüllt (was „möglichst gut“ heißt, wird noch genauer spezifiziert).

Bei Siemens Power Generation gibt es ein Simulationsprogramm, das auf diese Weise bereits bestehende und in Planung befindliche Kraftwerke modelliert. Die Anzahl der Modellparameter liegt dabei in der Größenordnung $n \approx 500$; das Modell liefert ca. $n_1 \approx 400$ Gleichungen. Auf der Anlage gibt es ungefähr $n_2 \approx 140$ Messstellen.

Messungen als Zufallsvariablen

Ein naheliegender Ansatz zur Spezifikation von „möglichst gut“ ist die Betrachtung einer Messung als Zufallsvariable: Eine konkrete Messung $\mathbf{b}_k$ kann als Realisierung einer normalverteilten Zufallsvariable betrachtet werden, die als Mittelwert μ_k den wahren Wert der Größe besitzt. Die Varianz σ_k^2 repräsentiert die Genauigkeit der Messung bzw. des Sensors. Dieser Wert kann von Fachleuten angegeben

werden. Beispielsweise sind bei heutzutage üblichen Messsensoren Temperaturmessungen deutlich genauer als Massenflussmessungen. Für die k -te Messung $\mathbf{b}_k$ gilt also

$$\mathbf{b}_k \sim \mathcal{N}(\mu_k, \sigma_k^2)$$

mit $\mu_k = b_k(x)$, wenn x den richtigen Parametersatz repräsentiert.

Geht man von der Unabhängigkeit der Messungen aus, so ergibt sich als (mehrdimensionale) Dichte d für den gesamten Messvektor $\mathbf{b}$:

$$\begin{aligned} d(b_1, \dots, b_{n_2}) &= \prod_{k=1}^{n_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-\left(\frac{b_k - \mu_k}{\sigma_k}\right)^2} \\ &= \frac{1}{\prod_{k=1}^{n_2} (\sqrt{2\pi}\sigma_k)} e^{-\sum_{k=1}^{n_2} \left(\frac{b_k - b_k(x)}{\sigma_k}\right)^2}. \end{aligned}$$

Ein Maximum-Likelihood-Ansatz (suche das x , das mit größter Wahrscheinlichkeit ein tatsächlich gemessenes $\mathbf{b}$ zur Folge hat) führt zur Maximierung dieser Dichte und damit zur Minimierung von

$$\sum_{k=1}^{n_2} \left(\frac{\mathbf{b}_k - b_k(x)}{\sigma_k} \right)^2. \quad (3)$$

Damit ist das zu lösende Problem nun exakt formulierbar: Finde $x \in \mathbb{R}^n$ mit $g(x) = 0$ so, dass (3) minimal wird.

Die unterschiedlichen Varianzen der Messungen kann man in einem Vorverarbeitungsschritt eliminieren, indem man von b zu einer Funktion

$$\tilde{b} = \left(\frac{b_1}{\sigma_1}, \dots, \frac{b_{n_2}}{\sigma_{n_2}} \right)$$

übergeht. Der tatsächliche Messvektor $\mathbf{b}$ muss auch entsprechend zu $\tilde{\mathbf{b}}$ umskaliert werden. Dann ist (3) äquivalent zur Minimierung von

$$\sum_{k=1}^{n_2} (\tilde{\mathbf{b}}_k - \tilde{b}_k(x))^2 = \|\tilde{\mathbf{b}} - \tilde{b}(x)\|^2.$$

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass diese Umskalierung schon bei b und $\mathbf{b}$ geschehen ist, d.h., die Komponenten $\mathbf{b}_k$ werden als unabhängig normalverteilt mit Varianz 1 angenommen.

Lösungsverfahren

Als Lösungsverfahren bietet sich ein iteratives Vorgehen auf Basis von Linearisierungen an:

Üblicherweise kennt man schon eine Näherungslösung x_0 (den ungefähren Betriebszustand der Anlage). Mit der Jakobimatrix J_g von g in x_0 gilt dann

$$g(x_0 + \Delta x) \approx g(x_0) + J_g \cdot \Delta x.$$

Zur Erfüllung von $g(x) = 0$ sucht man daher nach einem Δx mit

$$0 = g(x_0) + J_g \cdot \Delta x. \quad (4)$$

Durch (4) hat man n_1 Gleichungen für n Unbekannte; wegen $n_1 < n$ gibt es einen mehrdimensionalen Lösungsraum. Sei $r = \dim(\text{Kern } J_g)$ (bei nicht-Entartung ist $r = n - n_1$) und $N_{J_g} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ eine Matrix, die den Nullraum $\text{Kern } J_g$ aufspannt, also

$$\text{Kern } J_g = \{N_{J_g} z \mid z \in \mathbb{R}^r\}.$$

Dann lässt sich der Lösungsraum von (4) darstellen als

$$\Delta x \in \{(\Delta x)_0 + N_{J_g} z \mid z \in \mathbb{R}^r\} \quad (5)$$

mit einer speziellen Lösung $(\Delta x)_0$ von (4).

Wegen

$$b(x_0 + \Delta x) \approx b(x_0) + J_b \cdot \Delta x$$

mit der Jakobimatrix J_b von b in x_0 , sucht man zur „ungefähren“ Erfüllung von $b(x) = \mathbf{b}$ nun ein $z \in \mathbb{R}^r$, das

$$\|b(x_0) + J_b \cdot ((\Delta x)_0 + N_{J_g} z) - \mathbf{b}\|^2 \quad (6)$$

minimiert. Mit $a := b - b(x_0) - J_b(\Delta x)_0$ und $A := J_b N_{J_g}$ lautet (6) übersichtlich: Suche z mit minimalem

$$\|Az - a\|^2. \quad (7)$$

Dabei ist A eine $n_2 \times r$ -Matrix. Im Regelfall ist $r = n - n_1$ und $n < n_1 + n_2$, also $r < n_2$, so dass $Az = a$ ein überbestimmtes Gleichungssystem darstellt.

Exkurs:

Lösung von Least-Squares-Aufgaben

Die Lösung von Aufgaben der Art

$$\text{Suche } z \text{ mit } \|Az - a\|^2 \text{ minimal} \quad (8)$$

mit einer $s \times r$ -Matrix, $s > r$ kann mit Mitteln der Linearen Algebra geschehen. Die Menge $\{Az \mid z \in \mathbb{R}^r\}$ stellt einen linearen Unterraum U des $\mathbb{R}^s$ dar. Es gibt einen eindeutigen Punkt dieses Unterraums U , der den kleinsten Abstand zu a hat. Diesen Punkt a_p erhält man durch orthogonale Projektion von a auf U . Gesucht sind dann Lösungen z des Systems

$$Az = a_p, \quad (9)$$

wobei die Lösbarkeit gesichert ist. Falls der Nullraum von A nichttrivial ist, so gibt es mehrere Lösungen von (9). Oftmals ist es sinnvoll, dann die normkleinste dieser Lösungen auszuwählen. Durch diese zusätzliche Bedingung hat man zu jedem a eine eindeutige Lösung z_a des Minimierungsproblems (8). Man kann sich überlegen, dass die Abbildung $a \mapsto z_a$ linear ist, d.h., es gibt eine Matrix A_{inv} mit $z_a = A_{\text{inv}}a$. A_{inv} heißt *Moore-Penrose-Pseudoinverse* zu A . Man kann zeigen, dass $A_{\text{inv}} = (A^T A)^{-1} A^T$ gilt, falls A vollen Spaltenrang besitzt.

In der Praxis geschieht die Berechnung der normkleinsten Lösung von (8) effizient mittels der Singulärwertzerlegung von A :

Satz (Singulärwertzerlegung):

Zu einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{s \times r}$ mit $s \geq r$ gibt es stets orthogonale Matrizen $U \in \mathbb{R}^{s \times s}$ und $V \in \mathbb{R}^{r \times r}$ sowie eine Matrix

$$D = \begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_r \\ & & & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{s \times r}$$

mit $d_1 \geq \dots \geq d_r \geq 0$, so dass gilt:

$$A = UDV^T.$$

Die Zahlen d_k heißen Singulärwerte von A . (Die Singulärwertzerlegung ist eine Verallgemeinerung der Spektralzerlegung symmetrischer Matrizen auf beliebige Matrizen; bei einer positiv-semidefiniten Matrix A ergibt sich als Singulärwertzerlegung genau die Spektralzerlegung: Dann ist $U = V$ und d_i sind die Eigenwerte von A . Eine Singulärwertzerlegung existiert entsprechend auch für Matrizen $A \in \mathbb{R}^{s \times r}$ mit $s < r$; die Matrix D hat dann zusätzliche Nullspalten anstelle der Nullzeilen.)

Bei einer Matrix A , die nicht vollen Spaltenrang hat, sind einige der Singulärwerte gleich Null, d.h. es gibt ein t mit

$$d_1 \geq \dots \geq d_t > 0 = d_{t+1} = \dots = d_r.$$

Da in der Praxis Rundungsfehler auftreten, wird man schon Singulärwerte, die eine bestimmte Grenze unterschreiten, als Null annehmen. Damit bietet die Singulärwertzerlegung eine numerisch stabile Möglichkeit zur Bestimmung des Rangs einer Matrix.

Mit der Singulärwertzerlegung gilt nun unter Beachtung der Tatsache, dass die Multiplikation mit einer orthogonalen Matrix die Länge eines Vektors nicht ändert:

$$\begin{aligned} & \|Az - a\|^2 \\ &= \|UDV^T z - a\|^2 \\ &= \|U^T(UDV^T z - a)\|^2 \\ &= \|DV^T z - U^T a\|^2. \end{aligned}$$

Sei nun $U = (u_1, \dots, u_s)$ und $V = (v_1, \dots, v_r)$, d.h., u_i bzw. v_i sind die Spalten von U bzw. V . Dann gilt

$$U^T a = \begin{pmatrix} u_1^T a \\ \vdots \\ u_s^T a \end{pmatrix},$$

so dass sich mit $y := V^T z$ ergibt:

$$\begin{aligned} & \|Az - a\|^2 \\ &= \left\| \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & d_r \\ 0 & \end{pmatrix} y - U^T a \right\|^2 \\ &= \left\| \begin{pmatrix} d_1 y_1 \\ \vdots \\ d_t y_t \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_1^T a \\ \vdots \\ u_s^T a \end{pmatrix} \right\|^2. \end{aligned}$$

Minimal wird dies, wenn $y_k = \frac{1}{d_k} u_k^T a$ ist für $k = 1, \dots, t$. Die Werte y_k für $k > t$ sind irrelevant. Die normkleinste Lösung y ($= V^T z$) und damit auch die normkleinste Lösung $z = Vy$ (V ist orthogonal!) erhält man also bei $y_k = 0$ für $k > t$, d.h. für

$$y = \begin{pmatrix} u_1^T a / d_1 \\ \vdots \\ u_t^T a / d_t \\ 0 \end{pmatrix}$$

also

$$z = Vy = \sum_{k=1}^t \frac{u_k^T a}{d_k} \cdot v_k. \quad (10)$$

Aus der Singulärwertzerlegung kann man damit direkt die normkleinste Lösung z_0 von (8) berechnen. Ferner sieht man, dass $v_{t+1}, \dots, v_r$ den Nullraum von A aufspannen, so dass mit $N_A := (v_{t+1}, \dots, v_r)$ der gesamte Lösungsraum von (8) beschrieben werden kann durch

$$\{z_0 + N_A \xi \mid \xi \in \mathbb{R}^{r-t}\}.$$

Entsprechende Überlegungen kann man auch für den Fall $s < r$ durchführen und erhält damit eine Möglichkeit, unterbestimmte Gleichungssysteme zu lösen, die normkleinste Lösung zu bestimmen und eine Basis des Nullraums zu finden. Wendet man das Verfahren zur Lösung von (4) an, so kann man $(\Delta x)_0$ in (5) als normkleinste Lösung wählen, um bei $x_0 + \Delta x$ nicht unnötig große Verschiebungen weg von der Näherungslösung zu erhalten. Ferner ergibt sich damit sofort eine Möglichkeit zur Wahl der Matrix N_{J_g} .

Fortsetzung: Lösungsverfahren

Zurück zum ursprünglichen Problem:

Durch Wahl von

$$\Delta x \in \{(\Delta x)_0 + N_{J_g} z \mid z \in \mathbb{R}^r\}$$

ist $x_0 + \Delta x$ Lösung der linearisierten Gleichung zu $g(x) = 0$. Um dann die Messgleichungen $b(x) = \mathbf{b}$ möglichst gut zu erfüllen, muss (6) bzw. (7) minimiert werden, also

$$z \in \{z_0 + N_A \xi \mid \xi \in \mathbb{R}^{r-t}\}$$

gewählt werden. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \Delta x &= (\Delta x)_0 + N_{J_g} (z_0 + N_A \xi) \\ &= (\Delta x)_0 + N_{J_g} z_0 + N_{J_g} N_A \xi. \end{aligned} \quad (11)$$

Der Vektor ξ kann dabei beliebig gewählt werden. Bei geeigneter Wahl von N_{J_g} und N_A (z.B. durch die Singulärwertzerlegung) erhält man die normkleinste Lösung Δx für $\xi = 0$.

Zur Lösung des ursprünglichen Problems kann man nun iterativ vorgehen: Zu einer Näherungslösung x_0 führt man die Rechnungen wie oben beschrieben aus und setzt

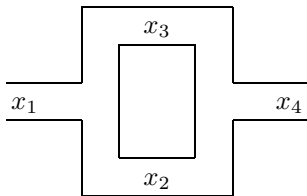
$$x_1 := x_0 + (\Delta x)_0 + N_{J_g} z_0,$$

wählt also die normkleinste Lösung Δx in (11). Ausgehend von dieser neuen, verbesserten Näherung führt man wieder entsprechende Rechnungen durch, erhält ein x_2 u.s.w.. Durch die Wahl der normkleinsten Änderungen Δx konvergiert dieses Verfahren unter relativ schwachen Voraussetzungen an g , b und x_0 gegen ein $\bar{x}$.

Eindeutigkeit der Lösung

In der Darstellung (11) hat man durch den Vektor ξ noch Freiheiten. Diese wirken sich aber nur dann auf die Komponenten von Δx und damit auf die Parameter aus, wenn die entsprechende Zeile der Matrix $N_{J_g} N_A$ nicht aus lauter Nullen besteht. Damit hat man ein Kriterium für die Eindeutigkeit eines Modellparameters.

Tatsächlich kann es vorkommen, dass gewisse Modellparameter durch die Modell- und Messgleichungen nicht eindeutig festgelegt sind. Ein einfaches Beispiel zeigt die folgende Abbildung:



Dargestellt ist ein Rohrsystem, bei dem die angegebenen vier Massenflüsse $x_1, \dots, x_4$ als Modellparameter dienen. Als Erhaltungsgleichungen hat man dann

$$g(x) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 - x_4 \end{pmatrix} = 0.$$

Misst man den Massenstrom am Ein- und Ausgang, so ist

$$b(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_4 \end{pmatrix}.$$

Man hat damit insgesamt zwar vier Bedingungen für die vier Variablen $x_1, \dots, x_4$, aber es ist offensichtlich, dass man damit x_2 und x_3 nicht sinnvoll bestimmen kann. Führt man den oben beschriebenen Algorithmus durch und wählt immer die normkleinsten Änderungen, so konvergiert das Verfahren tatsächlich und liefert auch Werte für x_2 und x_3 . Diese hängen allerdings vom gewählten Startpunkt der Iteration ab. Um das Ergebnis richtig zu interpretieren, braucht man also eine Eindeutigkeitsbetrachtung wie oben beschrieben. Für das Beispiel sieht sie folgendermaßen aus:

Es ist

$$J_g = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Der Nullraum von J_g ist zweidimensional und wird beispielsweise aufgespannt durch

$$N_{J_g} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Mit

$$J_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ergibt sich dann $A = J_b N_{J_g}$ als

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mit den Nullraum aufspannender Matrix

$$N_A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Für die Eindeutigkeitsbetrachtung berech-

net man

$$N_{J_g} N_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wie erwartet zeigt sich, dass die erste und letzte Komponente des Parametervektors durch die Vorgaben eindeutig bestimmt sind, während sich bei der zweiten und dritten noch Freiheiten ergeben.

Unsicherheit der Lösung

Wie eingangs erwähnt, kann man durch die zum Teil redundanten Messungen die Schwankungsbreite der Werte, also die Varianzen bei der Lösung, verkleinern. Aussagen über diese Varianzen sind wichtig, beispielsweise bei Abnahmemessungen von Kraftwerken. Garantiert ein Kraftwerkshersteller einen bestimmten Wirkungsgrad w_0 , so werden bei Übergabe an den Kunden Probemessungen durchgeführt. Durch eine Parameteranpassung wie oben beschrieben berechnen sich die Zustandsgrößen $\bar{x}$. Daraus kann man wiederum den Wirkungsgrad als $w(\bar{x})$ berechnen. Aufgrund der Messunsicherheiten muss $w(\bar{x})$ aber nicht dem wahren Wert entsprechen. Vielmehr kann man den Wert $w(\bar{x})$ genauso wie den gemessenen Vektor $\mathbf{b}$ als Realisierung einer Zufallsvariablen W betrachten. W wird sinnvollerweise wieder als normalverteilt angenommen, wobei die Varianz abhängig ist von den Messunsicherheiten. Zur Überprüfung der Garantieerfüllung führt man nun einen Hypothesentest mit der Alternative „Ist der Mittelwert von W kleiner als w_0 ?“ durch. Diese Frage sollte auf der Grundlage der Realisierung $w(\bar{x})$ nur mit einer (oft in den Verträgen vorgegebenen) kleinen Wahrscheinlichkeit bejaht werden. Hier kommen die Quantile der Normalverteilung ins Spiel. Klar ist: Bei einem Wert

$w(\bar{x}) > w_0$ sinkt die Wahrscheinlichkeit, mit der die Frage bejaht wird, mit sinkender Varianz von W , wobei der Zusammenhang durch die Quantil-Funktion der Normalverteilung quantifiziert wird.

Wie ergibt sich nun die Varianz von W aus den Varianzen der Messungen?

Sei b^* der wahre Wert der beobachteten Größen und x^* der zugehörige wahre Wert der Parameter. Bei einem exakten Modell ist dann also $b(x^*) = b^*$. Messungenauigkeiten führen zu Abweichungen $\mathbf{b} = b^* + \Delta b$. Diese ergeben durch die Parameteranpassung Abweichungen $x_0 = x^* + \Delta x$. Geht man die Rechnungen von oben nochmals durch, so sieht man, dass sich in erster Näherung $\Delta x = N_{J_g} M \Delta b$ ergibt, wobei M die Moore-Penrose-Pseudoinverse zu $A = J_b N_{J_g}$ ist. An der Gleichung (10) sieht man, dass man M aus der Singulärwertzerlegung von A erhält durch

$$M = \sum_{k=1}^t \frac{1}{d_k} v_k u_k^T.$$

(Dabei sind $v_k u_k^T$ Rang 1- $(r \times s)$ -Matrizen.)

Da (nach der Umnormierung) die Zufallsvariable b normalverteilt mit der Einheitsmatrix als Kovarianzmatrix ist, kann man x als normalverteilte Zufallsvariable mit der Kovarianzmatrix $N_{J_g} M M^T N_{J_g}^T$ ansehen. Als Varianz V_w von $W = w(x)$ ergibt sich dann in erster Näherung

$$V_w = \text{grad } w N_{J_g} M M^T N_{J_g}^T (\text{grad } w)^T.$$

Der Autor ist in der Corporate Technology der Siemens AG im Themenfeld Simulation und Optimierung tätig. Die angewandte Mathematik vertritt er durch Lehraufträge an der LMU und der FH München.

Jacques Offenbach Die schöne Helena

FEB
2004

SA
14.2.

DI
17.2.

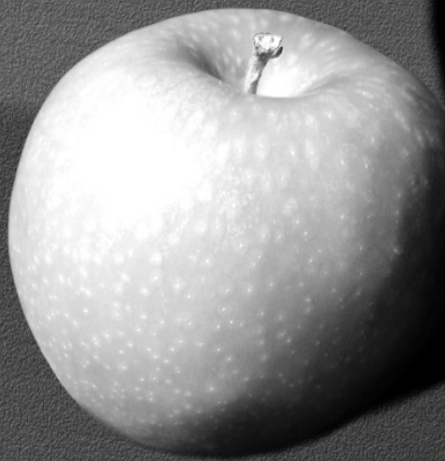
DO
19.2.

SA
21.2.

MO
23.2.

FR
27.2.

19.30
UHR



SAMSTAG, 14. FEBRUAR 2004, 19.30 UHR
GROSSES HAUS

Musikalische Leitung: Basil Coleman / Joachim
Tschiedel * Inszenierung: Markus Hertel *
Choreografie: Jimmie James * Kostüme: Bettina
Kraus * Licht: Martin Heyer / Studiengang
Lichtgestaltung * Maske: Sasubrina Reinmund,
Katrin Zindl / Maskenbildnerschule der Bayerischen
Theaterakademie * Münchner Symphoniker *
Produktion der Bayerischen Theaterakademie
August Everding / Studiengang Gesang in der
Studienrichtung Musiktheater der Hochschule für
Musik und Theater

*Karten: € 9 bis € 31/ermäßigt € 8 an den Tageskassen
der Bayerischen Staatstheater. Tel. 089/21 85-19 70*

Prinzregententheater



Bayerische Theaterakademie
August Everding

www.db.com/careers

Hochschulabsolventen/-innen

Global Banking Division • Private Wealth Management
Global Corporate Finance • Global Equities • Global Markets
Group Technology & Operations • Credit Risk Management



Vorsprung erzielen.

Sie nehmen Herausforderungen an. Sie setzen auf Vorsprung.

Die Deutsche Bank teilt Ihre Leidenschaft durchzustarten, nach vorne zu denken, Chancen zu ergreifen.

Starten Sie Ihre Karriere mit uns!

Wir wollen mehr – genau wie Sie. Mit Leidenschaft zur Leistung, engagiertem Handeln und herausragender Kompetenz.

Sind Sie bereit? Bewerben Sie sich jetzt online!

A Passion to Perform.

Deutsche Bank





Das Leben ist ein Roman.

Wir sorgen dafür, dass er gut ausgeht.

Als Lebensversicherer zeichnen wir uns in Deutschland durch hohe Kompetenz in der privaten und betrieblichen Altersversorgung aus. Auch europaweit besitzt die Swiss Life Group einen erstklassigen Ruf – durch hervorragende Produkte, hohe Flexibilität und besondere Kundenorientierung. Nehmen Sie jetzt Ihre Chance wahr, im dynamischen Umfeld eines führenden Finanzdienstleisters. Was zählt, ist Ihre fachliche Qualifikation, Ihr Ehrgeiz und Ihre Fähigkeit zur Kooperation.

Für interessante Projekte und Aufgabenstellungen bieten wir immer wieder temporär

Praktikanten/Werkstudenten (m/w)

die Möglichkeit, spezifische Tätigkeiten in der Versicherungsbranche kennen zu lernen und die Fachbereiche tatkräftig anhand konkreter Aufgaben zu unterstützen.

Bei der Schweizerischen Rentenanstalt erwarten Sie ein offenes Arbeitsklima wie Sie es von einem zukunftsorientierten und international erfolgreichen Unternehmen erwarten dürfen. Glauben Sie, Sie passen zu uns? Wenn ja, dann freuen wir uns auf Ihre Bewerbung.

Schweizerische
Rentenanstalt



Swiss Life



Schweizerische Rentenanstalt/Swiss Life, Niederlassung für Deutschland
Personalabteilung, Berliner Straße 85, 80805 München
www.swisslife.de, e-mail: personal@swisslife.de



Gemeinsam gehört uns die Zukunft

Wir sind ein sehr erfolgreiches, stetig expandierendes IT-Dienstleistungsunternehmen mit über 300 Mitarbeitern und mehreren Geschäftsstellen in Deutschland und der Schweiz. Zu unserem Kerngeschäft gehört die qualifizierte Projektunterstützung ebenso wie die Erstellung von kundenspezifischen Komplettlösungen. Wir haben uns viel vorgenommen und wollen noch erfolgreicher werden. Unsere Projekte bieten dafür beste Voraussetzungen. Deshalb suchen wir engagierte und motivierte Mitarbeiter für anspruchsvolle Tätigkeiten in unserem Team.

Das Angebot:

Wir bieten eine anspruchsvolle Tätigkeit in einer der interessantesten Wachstumsbranchen. Sie haben sehr gute Entwicklungsmöglichkeiten sowohl in fachlicher als auch in persönlicher Hinsicht. Selbstverständlich werden Sie entsprechend geschult und eingewiesen.

Bewerben Sie sich jetzt!
Wir suchen laufend neue Mitarbeiter mit Entwicklungspotenzial. Als Profi, Hochschulabsolvent und Berufseinsteiger sind Sie herzlich willkommen.



DMC Datenverarbeitungs- und
Management- Consulting GmbH
Herr Robert Harst
Leiter Human Resources
Wamslerstr. 5
81829 München
robert.harst@dmc-group.de
www.dmc-group.de

Traineeprogramm Rückversicherung

für Wirtschaftswissenschaftler, (Wirtschafts-)Mathematiker, Juristen



GEBOTEN: Als Trainee (m/w) sind Sie eine wesentliche Investition in die Zukunft der Münchener Rück. Sie erhalten ein intensives, praxisorientiertes Training-on-the-Job in einem unserer Geschäftsbereiche, die gegliedert sind nach Regionen (z. B. Europa, Lateinamerika, Asien), globalen Kunden oder auch nach spezifischen Produkten. Wir legen großen Wert auf die Vermittlung von vertiefenden Methodenkenntnissen und fördern Ihre individuelle Entwicklung. Nach 18 Monaten erwarten Sie exzellente Perspektiven.

Alternativ bieten wir für Hochschulabsolventen auch die Möglichkeit des Direkteinstiegs.

GEFORDERT: Einen erfolgreichen Studienabschluss in der Tasche, haben Sie sich bereits in der Theorie und/oder Praxis mit versicherungsrelevanten oder finanzwirtschaftlichen Themen befasst. Der sensible Umgang mit Kulturen anderer Länder ist Ihnen vertraut. Hervorragende Englischkenntnisse setzen wir voraus. Sie zeichnen sich aus durch persönliche Skills wie Kommunikationsfähigkeit, Verhandlungsgeschick, analytisches und wirtschaftliches Denken sowie faire Kooperation im Team.

GEMEINSAM: Mit über 6.100 Mitarbeitern an 60 Standorten rund um den Globus sind wir der international führende Risikoträger im Bereich Rückversicherung. Ob Informations- oder Gentechnologie, Raumfahrt, Maschinenbau, Naturgefahren oder Fußballweltmeisterschaft: Für die Münchener Rück gibt es kaum einen Bereich der Wirtschaft oder des täglichen Lebens, in dem sie nicht aktiv ist. Unsere Kunden vertrauen auf unsere Finanzkraft und die Kompetenz unserer Mitarbeiter. Für die Entfaltung Ihres persönlichen Potenzials finden Sie bei uns beste

Voraussetzungen. Wir freuen uns auf Ihre Bewerbung. Nutzen Sie bitte hierfür unser Online-Formular unter www.munichre.com. Oder richten Sie Ihre schriftliche Bewerbung an Holger Emmert:

Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft,
Zentralbereich Personal, Königinstraße 107,
80802 München

Weitere Stellenangebote: www.munichre.com



Münchener Rück
Munich Re Group